



୧୪

## ବିଶେଷ ପ୍ରକାରର ଶ୍ରେଣୀ Special type of Series

ମନେକର ତୁମକୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦିନ ଏଭଳି ଭାବରେ ଗୋଡ଼ି ସଂଗ୍ରହ କରିବାକୁ କୁହାଗଲା, ଯେପରି ପ୍ରଥମ ଦିନ ଗୋଟିଏ ଗୋଡ଼ି ସଂଗ୍ରହ କରିବ, ଦ୍ୱିତୀୟ ଦିନ, ପ୍ରଥମ ଦିନ ସଂଗ୍ରହ କରିଥିବା ଗୋଡ଼ି ସଂଖ୍ୟାର ଦୁଇଗୁଣ ସଂଖ୍ୟକ ଗୋଡ଼ି ସଂଗ୍ରହ କରିବ । ତୃତୀୟ ଦିନ, ଦ୍ୱିତୀୟ ଦିନ ସଂଗ୍ରହ କରିଥିବା ଗୋଡ଼ିର ଦୁଇଗୁଣ ସଂଖ୍ୟକ ଗୋଡ଼ି ସଂଗ୍ରହ କରିବ । ଏହିପରି ଆଗେଇଯିବ । ପୁନଶ୍ଚ ଏହି ଗୋଡ଼ିର ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦିନ ଅନୁସାରେ ସଜାଇ ଲେଖିଲେ, ତୁମେ  $1, 2, 2^2, 2^3 \dots$  ଏହିପରି ଏକ ଅନୁକ୍ରମ ମିଳିବ ।

ପୂର୍ବୋକ୍ତ ଅନୁକ୍ରମରୁ ଆମେ ଏକ ଶ୍ରେଣୀ ପାଇବା । ଉପରୋକ୍ତ ଅନୁକ୍ରମର ଅନୁରୂପ ଶ୍ରେଣୀ ହେବ

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots$$

ଏକ ଜଣାଶୁଣା ଶ୍ରେଣୀ, ଯାହାକୁ ଫାଇବୋନାସି ଶ୍ରେଣୀ କୁହାଯାଏ ।

$$1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 8 + 13 + \dots$$

ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ଆମେ କିଛି ବିଶେଷ ପ୍ରକାରର ଶ୍ରେଣୀର ପୁଞ୍ଜୀନୁପୁଞ୍ଜ ଅଧ୍ୟୟନ କରିବା ।



**ଉଦେଶ୍ୟ**

ଏ ଅଧ୍ୟାୟର ଅଧ୍ୟୟନ ପରେ, ତୁମେ

- ତୁମ ଏକ ଶ୍ରେଣୀକୁ ସଂଜ୍ଞାକୃତ କରିବାରେ ସମର୍ଥ ହେବ;
- $t_n$  କୁ ଉପଯୋଗ କରି  $n$  ର ଦତ୍ତ ମାନ ପାଇଁ ଶ୍ରେଣୀର ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ;
- ଅନ୍ତର ଓ ଗଣିତୀୟ ଆରୋହଣ ପଦ୍ଧତିର ଉପଯୋଗ କରି  $\Sigma n, \Sigma n^2, \Sigma n^3$  ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ;
- $1 \times 3 + 3 \times 5 + 5 \times 7 + \dots$  ପରି ସରଳ ଶ୍ରେଣୀର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ;

ମଡ୍ୟୁଲ-III

ଅନୁକ୍ରମ ଏବଂ ଶ୍ରେଣୀ



ଶ୍ରେଣୀ

**ପ୍ରତ୍ୟାଶିତ ପୂର୍ବଜ୍ଞାନ**

- ଶ୍ରେଣୀ (ଅନୁକ୍ରମ)ର ଧାରଣା ।
- ଗୁଣୋତ୍ତର ଶ୍ରେଣୀ ଓ ସମାନ୍ତର ଶ୍ରେଣୀର ଧାରଣା ।
- G.P. ବ୍ୟବହାର କରି ପୌନଃପୁନିକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ପରିମେୟ ରୂପ ବିଷୟରେ ଜ୍ଞାନ ।

**14.1 ଶ୍ରେଣୀ(Series)**

$u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots$  ରୂପକ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ଏକ ଶ୍ରେଣୀ କୁହାଯାଏ, ଯେଉଁଠି  $u, u_2, u_3, \dots, u_n$  ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଏକ ଅନୁକ୍ରମ ଅଟେ । ଉପରୋକ୍ତ ଶ୍ରେଣୀକୁ  $\sum_{r=1}^n u_r$  ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ । ଯଦି  $n$  ସସୀମ ହୁଏ, ତେବେ ଶ୍ରେଣୀକୁ ଏକ ସସୀମ ଶ୍ରେଣୀ କୁହାଯାଏ, ଅନ୍ୟଥା ଅସୀମ ଶ୍ରେଣୀ କୁହାଯାଏ । ଏହିପରି ଆମେ ଦେଖିଛୁ ଯେ ଏକ ଶ୍ରେଣୀ ହେଉଛି ଏକ କ୍ରମରେ ସଜ୍ଜିତ ପଦମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି ଯାହାକି କୌଣସି ଏକ ନିୟମ ଦ୍ୱାରା ସିଦ୍ଧ ।

ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟା ସେତ୍ତର ବିଚାର କର :

- (a) 1, 6, 11, ...                      (b)  $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12}, \dots$
- (c) 48, 24, 12, ...                    (d)  $1^2, 2^2, 3^2, \dots$

(a), (b), (c), (d) ଅନୁକ୍ରମ ଗଠନ କରନ୍ତୁ, କାରଣ ସେମାନେ (ପଦଗୁଡ଼ିକ) ଏକ ନିୟମ ଅନୁସାରେ ସଂଯୁକ୍ତ । ଏଗୁଡ଼ିକର ଅନୁରୂପ ଶ୍ରେଣୀ ଗୁଡ଼ିକ ଏହି ପ୍ରକାର ଅଟେ ।

- $1 + 6 + 11 + \dots$
- $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \dots$
- $48 + 24 + 12 + \dots$
- $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots$

**ଉଦାହରଣ 14.1** ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅନୁକ୍ରମର ପ୍ରଥମ 6ଟି ପଦ ଲେଖ, ଯାହାର  $n$  ଡମ ପଦ :

(a)  $T_n = 2n+1$ , (b)  $a_n = n^2 - n + 1$  (c)  $f_n = (-1)^n \cdot 5^n$

ତତ୍ପରେ ଏହି ଅନୁକ୍ରମ ସହ ସମ୍ବନ୍ଧିତ ଶ୍ରେଣୀ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

- ସମାଧାନ : (a)  $T_n = 2n + 1$
- $n = 1$  ପାଇଁ  $T_1 = 2 \times 1 + 1 = 3$
- $n = 2$  ପାଇଁ  $T_2 = 2 \times 2 + 1 = 5$
- $n = 3$  ପାଇଁ  $T_3 = 2 \times 3 + 1 = 7$
- $n = 4$  ପାଇଁ  $T_4 = 2 \times 4 + 1 = 9$

$$n = 5 \text{ ପାଇଁ, } T_5 = 2 \times 5 + 1 = 11$$

$$n = 6 \text{ ପାଇଁ, } T_6 = 2 \times 6 + 1 = 13$$

ଏହିପରି, ଉପରୋକ୍ତ ଅନୁକ୍ରମ ସହ ସମ୍ବନ୍ଧିତ ଶ୍ରେଣୀ :  $3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + \dots$

(b)  $a_n = n^2 - n + 1$

$$n = 1 \text{ ପାଇଁ, } a_1 = 1^2 - 1 + 1 = 1$$

$$n = 2 \text{ ପାଇଁ, } a_2 = 2^2 - 2 + 1 = 3$$

$$n = 3 \text{ ପାଇଁ, } a_3 = 3^2 - 3 + 1 = 7$$

$$n = 4 \text{ ପାଇଁ, } a_4 = 4^2 - 4 + 1 = 13$$

$$n = 5 \text{ ପାଇଁ, } a_5 = 5^2 - 5 + 1 = 21$$

$$n = 6 \text{ ପାଇଁ, } a_6 = 6^2 - 6 + 1 = 31$$

ଏହିପରି, ଉପରୋକ୍ତ ଅନୁକ୍ରମ ସହ ସମ୍ବନ୍ଧିତ ଶ୍ରେଣୀ :  $1 + 3 + 7 + 13 + \dots$

(c) ଏଠାରେ  $f_n = (-1)^n \cdot 5^n$

$$n = 1 \text{ ପାଇଁ, } f_1 = (-1)^1 \times 5^1 = -5$$

$$n = 2 \text{ ପାଇଁ, } f_2 = (-1)^2 \times 5^2 = 25$$

$$n = 3 \text{ ପାଇଁ, } f_3 = (-1)^3 \times 5^3 = -125$$

$$n = 4 \text{ ପାଇଁ, } f_4 = (-1)^4 \times 5^4 = 625$$

$$n = 5 \text{ ପାଇଁ, } f_5 = (-1)^5 \times 5^5 = -3125$$

$$n = 6 \text{ ପାଇଁ, } f_6 = (-1)^6 \times 5^6 = 15625$$

ଅନୁକ୍ରମ ସହ ସମ୍ବନ୍ଧିତ ଶ୍ରେଣୀ :

$$-5 + 25 - 125 + 625 - 3125 + 15625 - \dots$$

**ଉଦାହରଣ 14.2** ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶ୍ରେଣୀର  $n$  ଡମ ପଦଲେଖ :

(a)  $-2 + 4 - 6 + 8 - \dots$

(b)  $1 - 1 + 1 - 1 + \dots$

(c)  $4 + 16 + 64 + 256 + \dots$

(d)  $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2 + \sqrt{5} + \dots$

ସମାଧାନ : (a) ଶ୍ରେଣୀ  $-2 + 4 - 6 + 8 \dots$

ଏଠାରେ ଅସ୍ପଷ୍ଟ ସ୍ଥାନୀୟପଦ ଗୁଡ଼ିକ ଋଣାତ୍ମକ ଏବଂ ଯୁଗ୍ମ ସ୍ଥାନୀୟ ପଦଗୁଡ଼ିକ ଧନାତ୍ମକ ।  $-1 + 2 - 3 + 4 \dots$  ଶ୍ରେଣୀକୁ 2 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିଲେ ଉପରୋକ୍ତ ଶ୍ରେଣୀଟି ପ୍ରାପ୍ତ ହୁଏ ।

$$\therefore T_n = 2 (-1)^n \cdot n = (-1)^n 2n$$

(b) ଶ୍ରେଣୀଟି  $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - \dots$

$$\therefore T_n = (-1)^{n+1}$$



ମତ୍ସ୍ୟ-III

ଅନୁକ୍ରମ ଏବଂ ଶ୍ରେଣୀ



ଚିହ୍ନଟି

(c) ଶ୍ରେଣୀଟି  $4 + 16 + 64 + 256 + \dots$

ଉପରୋକ୍ତ ଶ୍ରେଣୀ ନିମ୍ନ ମତେ ଲେଖାଯାଇ ପାରେ

$$4 + 4^2 + 4^3 + 4^4 + \dots$$

ଅର୍ଥାତ୍,  $n$  ଡମ ପଦ,  $T_n = 4^n$

(d) ଶ୍ରେଣୀଟି  $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2 + \sqrt{5} + \dots$

ଅର୍ଥାତ୍,  $\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4} + \sqrt{5} + \dots$

$\therefore n$  ଡମ ପଦ  $T_n = \sqrt{n+1}$



**ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 14.4**

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶ୍ରେଣୀର ପ୍ରଥମ  $n$  ଡମ ପଦ ଲେଖ, ଯାହାର  $n$  ଡମ ପଦ :

(a)  $T_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$       (b)  $a_n = \frac{n^2 - 1}{2n - 3}$

2. ଯଦି  $A_1 = 1$  ଓ  $A_2 = 2$ ,  $A_6$  ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯଦି  $A_n = \frac{A_{n-1}}{A_{n-2}}$  ( $n > 2$ )

3. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶ୍ରେଣୀର  $n$  ଡମ ପଦ ଲେଖ

(a)  $-1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \dots$       (b)  $3 - 6 + 9 - 12 + \dots$

**14.2 ପ୍ରଥମ  $n$  ସଂଖ୍ୟକ ସ୍ଵାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ଘାତ ମାନଙ୍କର ଯୋଗ (Sum of the powers of first  $n$  Natural numbers)**

(a) ପ୍ରଥମ  $n$  ସଂଖ୍ୟକ ସ୍ଵାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ଶ୍ରେଣୀ ହେଉଛି

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n$$

ମନେକର  $S_n = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n$

ଏହା ଏକ ସମାନ୍ତର ଶ୍ରେଣୀ ଯାହାର ପ୍ରଥମ ପଦ 1, ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର 1 ଓ ପଦ ସଂଖ୍ୟା  $n$  ଅଟେ ।

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [2 \times 1 + (n-1) \times 1] = \frac{n}{2} [2 + n - 1]$$

ଅର୍ଥାତ୍,  $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$

$$\therefore \text{ଆମେ ଲେଖିପାରିବା ଯେ } \Sigma n = \frac{n(n+1)}{2}$$

(b) ପ୍ରଥମ  $n$  ସଂଖ୍ୟକ ସ୍ଵାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ ମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

$$\text{ମନେକର } S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$$

ଅଭେଦ  $n^3 - (n-1)^3 = 3n^2 - 3n + 1$  କୁ ବିଚାର କର

$n = 1, 2, 3, \dots, n-1, n$  ଆଦି ମାନ ରଖିଲେ, ଆମେ ପାଇବା

$$1^3 - 0^3 = 3 \times 1^2 - 3 \times 1 + 1$$

$$2^3 - 1^3 = 3 \times 2^2 - 3 \times 2 + 1$$

$$3^3 - 2^3 = 3 \times 3^2 - 3 \times 3 + 1$$

$$n^3 - (n-1)^3 = 3 \times n^2 - 3n + 1$$

ଏଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗ କଲେ ପାଇବା

$$n^3 - 0^3 = 3(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2) - 3(1 + 2 + 3 + \dots + n) + (1 + 1 + 1 + \dots + n \text{ ଥର})$$

$$\text{କିମ୍ବା, } n^3 = 3S_n - 3\left[\frac{n(n+1)}{2}\right] + n \dots \left[\because \Sigma n = \frac{n(n+1)}{2}\right]$$

$$\text{କିମ୍ବା, } 3S_n = n^3 + \frac{3n(n+1)}{2} - n$$

$$= n(n^2 - 1) + \frac{3n}{2}(n+1)$$

$$= n(n+1)\left(n-1 + \frac{3}{2}\right)$$

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{2}$$

$$\therefore S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\text{ଅର୍ଥାତ୍, } \Sigma n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

(c) ପ୍ରଥମ  $n$  ସଂଖ୍ୟକ ସ୍ଵାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ଘନର ସମଷ୍ଟି ନିରୂପଣ କର ।

$$\text{ଯେଉଁଠି } S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$$

ମତ୍ତୁ୍ୟଲ-III

ଅନୁକ୍ରମ ଏବଂ ଶ୍ରେଣୀ



ଚିତ୍ରଣୀ

ମତ୍ସ୍ୟ-III

ଅନୁକ୍ରମ ଏବଂ ଶ୍ରେଣୀ



ଚିତ୍ରଣୀ

ଅଭେଦ  $n^4 - (n - 1)^4 = 4n^3 - 6n^2 + 4n - 1$  ର ବିଚାର କର

$n$  ସ୍ଥାନରେ 1, 2, 3 ଆଦି ରଖିଲେ ଆମେ ପାଇବା :

$$1^4 - 0^4 = 4 \times 1^3 - 6 \times 1^2 + 4 \times 1 - 1$$

$$2^4 - 1^4 = 4 \times 2^3 - 6 \times 2^2 + 4 \times 2 - 1$$

$$3^4 - 2^4 = 4 \times 3^3 - 6 \times 3^2 + 4 \times 3 - 1$$

$$n^4 - (n - 1)^4 = 4 \times n^3 - 6 \times n^2 + 4 \times n - 1$$

ଏଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗ କଲେ, ପାଇବା

$$n^4 - 0^4 = 4(1^3 + 2^3 + \dots + n^3) - 6(1^2 + 2^2 + \dots + n^2)$$

$$+ 4(1 + 2 + 3 + \dots + n) - (1 + 1 + \dots + n \text{ ଥର})$$

$$\Rightarrow n^4 = 4 \cdot S_n - 6 \left[ \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right] + 4n \frac{n+1}{2} - n$$

$$\Rightarrow 4S_n = n^4 + n(n+1)(2n+1) - 2n(n+1) + n$$

$$= n^4 + n(2n^2 + 3n + 1) - 2n^2 - 2n + n$$

$$= n^4 + 2n^3 + 3n^2 + n - 2n^2 - 2n + n$$

$$= n^4 + 2n^3 + n^2$$

$$= n^2(n^2 + 2n + 1)$$

ଅର୍ଥାତ୍,  $4S_n = n^2(n+1)^2$

$$\therefore S_n = \frac{n^2(n+1)^2}{4} = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$$

$$\therefore \Sigma n^3 = \left[ \frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

କିମ୍ବା  $\Sigma n^3 = (\Sigma n)^2$

**ଟୀକା :** ପ୍ରଶ୍ନରେ କୌଣସି ଶ୍ରେଣୀର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ଥିଲେ, ପ୍ରଥମେ ଆମେ ଶ୍ରେଣୀର  $n$  ଡମ ପଦ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଏବଂ ଏହାପରେ  $S_n = \Sigma t_n$  ର ଉପଯୋଗ କରିବା ।

**ଉଦାହରଣ 14.3** ଶ୍ରେଣୀ  $1 \times 3 + 3 \times 5 + 5 \times 7 + \dots$  ର ପ୍ରଥମ  $n$  ଗୋଟି ପଦର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

**ସମାଧାନ :** ମନେକର  $S_n = 1 \times 3 + 3 \times 5 + 5 \times 7 + \dots$

ଶ୍ରେଣୀର  $n$  ଡ଼ମ ପଦ

$$t_n = \{1, 3, 5, \dots \text{ର } n \text{ ଡ଼ମ ପଦ}\} \times \{3, 5, 7, \dots \text{ର } n \text{ ଡ଼ମ ପଦ}\}$$

$$= (2n - 1)(2n + 1)$$

$$= 4n^2 - 1$$

$$S_n = \sum t_n$$

$$= \sum [4n^2 - 1]$$

$$= 4\sum n^2 - \sum (1)$$

$$= 4 \frac{n(n+1)(2n+1)\dots}{6} - n$$

$$= \frac{2n(n+1)(2n+1) - 3n}{3}$$

$$= \frac{n}{3} [2(2n^2 + 3n + 1) - 3]$$

$$= \frac{n}{3} [4n^2 + 6n - 1]$$

ମତ୍ସ୍ୟ-III

ଅନୁକ୍ରମ ଏବଂ ଶ୍ରେଣୀ



ଚିତ୍ରଣୀ

**ଉଦାହରଣ 14.4**  $1 \times 2^2 + 2 \times 3^2 + 3 \times 4^2$  ଶ୍ରେଣୀର ପ୍ରଥମ  $n$  ଟି ପଦର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ  $t_n = n \{2 + (n-1)\}^2$

$$= n(n+1)^2 = n \cdot (n^2 + 2n + 1)$$

ଅର୍ଥାତ୍,  $t_n = n^3 + 2n^2 + n$

ମନେକର  $S_n = 1 \times 2^2 + 2 \times 3^2 + 3 \times 4^2 + \dots + n(n+1)^2$

$$\therefore S_n = \sum t_n = \sum (n^3 + 2n^2 + n)$$

$$= \sum n^3 + 2\sum n^2 + \sum n$$

$$= \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 \left[ \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right] + \frac{n(n+1)}{2}$$

$$= n(n+1) \left[ \frac{n(n+1)}{4} + \frac{2n+1}{3} + \frac{1}{2} \right]$$

ମତ୍ସ୍ୟ-III

ଅନୁକ୍ରମ ଏବଂ ଶ୍ରେଣୀ



ଚିହ୍ନଟି

$$= \frac{n(n+1)}{12} (3n^2 + 11n + 10)$$

$$= \frac{1}{12} n(n+1)(n+2)(3n+5)$$

**ଉଦାହରଣ 14.5** ଶ୍ରେଣୀ  $2 \times 3 \times 5 + 3 \times 5 \times 7 + 4 \times 7 \times 9 + \dots$  ର ପ୍ରଥମ  $n$  ଟି ପଦର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର  $S_n = 2 \times 3 \times 5 + 3 \times 5 \times 7 + 4 \times 7 \times 9 + \dots$  ଶ୍ରେଣୀର  $n$  ଡ଼ମ ପଦ

$$t_n = \{2, 3, 4, \dots \text{ର } n\text{-ତମ ପଦ}\} \times \{3, 5, 7, \dots, n \text{ର } n\text{-ତମ ପଦ}\} \times \{5, 7, 9, \dots \text{ର } n\text{-ତମ ପଦ}\}$$

$$= (n+1) \times (2n+1) \times (2n+5)$$

$$= (n+1) [4n^2 + 8n + 3]$$

$$= 4n^3 + 12n^2 + 11n + 3$$

$$\therefore S_n = \sum t_n = \sum [4n^3 + 12n^2 + 11n + 3]$$

$$= 4\sum n^3 + 12\sum n^2 + 11\sum n + \sum(3)$$

$$= 4 \frac{n^2(n+1)^2}{4} + \frac{12n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{11n(n+1)}{2} + 3n$$

$$= n^2(n+1)^2 + 2n(n+1)(2n+1) + \frac{11n(n+1)}{2} + 3n$$

$$= \frac{n}{2} [2n(n+1)^2 + 4(n+1)(2n+1) + 11(n+1) + 6]$$

$$= \frac{n}{2} [2n(n^2 + 2n + 1) + 4(2n^2 + 3n + 1) + 11n + 17]$$

$$= \frac{n}{2} [2n^3 + 12n^2 + 25n + 21]$$

**ଉଦାହରଣ 14.6** ନିମ୍ନଲିଖିତ ଶ୍ରେଣୀର ପ୍ରଥମ  $n$  ଟି ପଦର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

$$\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots$$

ସମାଧାନ :  $t_n = \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right)$$



$n$  ପାଇଁ  $1, 2, 3, \dots$  ଯଥାକ୍ରମେ ରଖିଲେ

$$t_1 = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{1}{3} \right]$$

$$t_2 = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right]$$

$$t_3 = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right]$$

.....

$$t_n = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right]$$

$$\text{ଯୋଗ କଲେ, ପାଇବା } t_1 + t_2 + \dots + t_n = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{1}{2n+1} \right] = \frac{n}{(2n+1)}$$

ମତ୍ସ୍ୟ-III  
ଅନୁକ୍ରମ ଏବଂ ଶ୍ରେଣୀ



ଚିତ୍ରଣୀ



### ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 14.2

- ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶ୍ରେଣୀର ପ୍ରଥମ  $n$  ଟି ପଦର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
  - $1 + (1 + 3) + (1 + 3 + 5) + \dots$
  - $\frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \dots$
  - $(1) + (1 + 3) + (1 + 3 + 3^2) + (1 + 3 + 3^2 + 3^3) + \dots$
- ଯେଉଁ ଶ୍ରେଣୀର  $n$ ତମ ପଦ  $n(n+1)(n+4)$  ଅଟେ, ସେ ଶ୍ରେଣୀର  $n$  ଟି ପଦର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
- ନିମ୍ନଲିଖିତ ଶ୍ରେଣୀ  $n$  ଟି ପଦର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :  
 $1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 + 3 \times 4 \times 5 + \dots$



### ଆମେ ଯାହା ଶିଖିଲେ :

- $u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots$  ରୂପକ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ଶ୍ରେଣୀ କୁହାଯିବ ଯଦି  $u, u_2, u_3, \dots, u_n$ , ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଏକ ଅନୁକ୍ରମ ଅଟେ ।
- $$\sum_{r=1}^n r = \frac{n(n+1)}{2}$$

ମତ୍ସ୍ୟ-III

ଅନୁକ୍ରମ ଏବଂ ଶ୍ରେଣୀ



ଚିହ୍ନଟି

- $\sum_{r=1}^n r^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
- $\sum_{r=1}^n r^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$
- $S_n = \sum t_n$



**ସହାୟକ ଝେର୍କ୍ ସାଇଟ୍**

- <http://www.wikipedia.org>
- <http://mathworld.wolfram.com>



**ପାଠ ଶେଷ ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ**

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶ୍ରେଣୀର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
  - (a)  $2 + 4 + 6 + \dots 40$  ଚି ପଦ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ।
  - (b)  $2 + 6 + 18 + \dots 6$  ଚି ପଦ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ।
2. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶ୍ରେଣୀର  $n$  ଚି ପଦ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :
  - (a)  $1 + 3 + 7 + 15 + 31 + \dots$
  - (b)  $\frac{1}{135} + \frac{1}{357} + \frac{1}{579} + \dots$
  - (c)  $\frac{3}{1 \times 4} + \frac{5}{4 \times 9} + \frac{7}{9 \times 16} + \frac{9}{16 \times 25} + \dots$
3. ଶ୍ରେଣୀ  $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots$  ର ପ୍ରଥମ  $n$  ଚି ପଦର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :
4. ଶ୍ରେଣୀ  $5 + 7 + 13 + 31 + \dots$  ର  $n$  ଚି ପଦର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :
5. ଶ୍ରେଣୀ  $1 + \frac{4}{5} + \frac{7}{5^2} + \frac{10}{5^3} + \dots$  ର  $n$  ଚି ପଦର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :
6.  $2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + (2n)^2$  ର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :
7. ଦେଖାଅ ଯେ  $\frac{1 \times 2^2 + 2 \times 3^2 + \dots + n \times (n+1)^2}{1^2 \times 2 + 2^2 \times 3 + \dots + n^2 \times (n+1)} = \frac{3n+5}{3n+1}$



ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 14.1

1. (a) 1, 4, 10, 20, 35, 56

(b)  $0, 3, \frac{8}{3}, 3, \frac{24}{7}, \frac{35}{9}$

2.  $\frac{1}{2}$

3. (a)  $\dots \dots \dots n \frac{1}{n}$

(b)  $(-1)^{n+1} 3n$

ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 14.2

1. (a)  $\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$

(b)  $\frac{n}{3n+1}$

(c)  $\frac{1}{4}(3^{n+1} - 2n - 3)$

2.  $\frac{n(n+1)}{12}[3n^2 + 23n + 34]$

3.  $\frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3)$

ପାଠଶେଷ ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ :

1. (a) 1640

(b) 728

2. (a)  $2^{n+1} - n - 2$

(b)  $\frac{1}{12} - \frac{1}{4(2n+1)(2n+3)}$

## ମଡୁ୍ୟଲ-III

ଅନୁକ୍ରମ ଏବଂ ଶ୍ରେଣୀ



ବିଷୟ

$$(c) \quad 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$$

$$3. \quad \frac{n}{3}(4n^2 - 1)$$

$$4. \quad \frac{1}{2}(3^n + 8n - 1)$$

$$5. \quad \frac{5}{4} + \frac{15}{16} \left( 1 - \frac{1}{5^{n-1}} \right) - \frac{3n-2}{4 \cdot (5^{n-1})}$$

$$6. \quad \frac{2n(n+1)(2n+1)}{3}$$