

## ବାଣିଜ୍ୟ ଏବଂ ଅର୍ଥନୀତିରେ କଳନ ଗଣିତର ପ୍ରୟୋଗ

### ବିକଳ୍ପ-II

ବାଣିଜ୍ୟ, ଅର୍ଥଶାସ୍ତ୍ର ଥିବା  
ବ୍ୟବସାୟ ପାଇଁ ଗଣିତ



ଚିତ୍ରଣୀ

ଆମେ କଳନ ଗଣିତରେ ପଢ଼ିସାରିଛେ ଯେ 'y' ଯେତେବେଳେ x ର ଏକ ଫଳନ ହୁଏ, ସେତେବେଳେ x ସାପେକ୍ଷ 'y' ର ଅବକଳନ ଅର୍ଥାତ୍  $\left(\frac{dy}{dx}\right)$  ଦ୍ୱାରା x ସାପେକ୍ଷ y ର ତାତ୍କ୍ଷଣିକ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହାରର ମାପ ସୂଚୀତ ହୁଏ । ଅର୍ଥନୀତି ଏବଂ ବାଣିଜ୍ୟରେ ଆମେ ଏହିଭଳି ବହୁ ଚଳରାଶି ମାନଙ୍କ ସମ୍ପର୍କରେ ଆସିବା ଯେଉଁଠାରେ ଗୋଟିଏ ଚଳରାଶି ଅନ୍ୟ ଚଳରାଶିର ଫଳନ ହେବ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ କୌଣସି ବସ୍ତୁର ଚାହିଦା ପରିମାଣ, ସେହି ବସ୍ତୁର ମୂଲ୍ୟର ଫଳନ ଅଟେ । ଯୋଗାଣ ଏବଂ ମୂଲ୍ୟ କିମ୍ବା ଦାମ୍ ଏବଂ ଚାହିଦା ପରିମାଣ ହେଉଛି ଅନ୍ୟ କେତେକ ଫଳନର ଉଦାହରଣ । କଳନ ଗଣିତ ଆମକୁ ଗୋଟିଏ ଚଳରାଶି ସାପେକ୍ଷ ଅନ୍ୟ ଚଳରାଶିର ପରିବର୍ତ୍ତନର ହାର ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ସାହାଯ୍ୟ କରିବ । ଅର୍ଥନୀତି ଓ ବାଣିଜ୍ୟରେ ମାର୍ଜିନାଲ ଆନାଲିସିସ୍ ହେଉଛି ଅବକଳନର ସିଧାସଳଖ ପ୍ରୟୋଗର ଉଦାହରଣ । ଏହି ପରିପ୍ରେକ୍ଷୀରେ ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଲାଭ କିମ୍ବା ସର୍ବନିମ୍ନ ଦାମ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ଥିବା ଗଣିତ ଗୁଡ଼ିକର ସମାଧାନ ଅବକଳନ ସାହାଯ୍ୟରେ ଏବଂ ମାର୍ଜିନାଲ ଦାମ୍ ଦେଇଥିଲେ, ଦାମ୍‌ର ଫଳନ ଏବଂ ମାର୍ଜିନାଲ ରାଜସ୍ୱ ଦେଇଥିଲେ, ରାଜସ୍ୱର ଫଳନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ସମାକଳନର ସାହାଯ୍ୟ ନେବା ।

ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ, ଆମେ ମୋଟ, ହାରାହାରି କିମ୍ବା ମାର୍ଜିନାଲ ଫଳନ ଏବଂ ଅପରିମାଣଜେସନ୍ ଗଣିତ (ସର୍ବୋଚ୍ଚ କିମ୍ବା ସର୍ବନିମ୍ନ ଗଣିତ) ବିଷୟରେ ପଢ଼ିବା ।



### ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ

ଏହି ଅଧ୍ୟାୟ ପଢ଼ିସାରିବା ପରେ, ତୁମେ

- ଟୋଟାଲ କଷ୍ଟ, ଭାରିଏବଲ୍ କଷ୍ଟ, ଆଉରେଜ୍ କଷ୍ଟ, ମାର୍ଜିନାଲ୍ କଷ୍ଟ, ଟୋଟାଲ୍ ରେଭିନ୍ୟୁ ବା ମୋଟ ରାଜସ୍ୱ, ମାର୍ଜିନାଲ ରାଜସ୍ୱ ଏବଂ ଆଉରେଜ୍ ବା ହାରାହାରି ରାଜସ୍ୱର ସଂଜ୍ଞା ଜାଣିବ;
- ଟୋଟାଲ କଷ୍ଟ ଦିଆଯାଇଥିଲେ, ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ ଏବଂ ଆଉରେଜ୍ କଷ୍ଟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ;
- ଟୋଟାଲ ରାଜସ୍ୱ ଦିଆଯାଇଥିଲେ, ମାର୍ଜିନାଲ ରାଜସ୍ୱ ଏବଂ ଆଉରେଜ୍ ବା ହାରାହାରି ରାଜସ୍ୱ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ;
- ଦତ୍ତ ସର୍ତ୍ତ ଅନୁସାରେ, ଅପରିମାଣ ବା ସର୍ବାଧିକ ଲାଭ ଏବଂ ସର୍ବନିମ୍ନ ଟୋଟାଲ କଷ୍ଟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ ଏବଂ
- ଦତ୍ତ ସର୍ତ୍ତ ଅନୁସାରେ, ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ / ମାର୍ଜିନାଲ ରାଜସ୍ୱ ଦିଆଯାଇଥିଲେ ଟୋଟାଲ କଷ୍ଟ / ଟୋଟାଲ ରାଜସ୍ୱ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ ।

## ବିକଳ୍ପ-II

ବାଣିଜ୍ୟ, ଅର୍ଥଶାସ୍ତ୍ର ଓ ବ୍ୟବସାୟ ପାଇଁ ଗଣିତ



ଚିତ୍ରଣୀ

### ପ୍ରତ୍ୟାଶିତ ପୂର୍ବଜ୍ଞାନ

- ଏକ ଫଳନର ଅବକଳନ (Derivative of a function)
- ଏକ ଫଳନର ସମାକଳନ (Integration of a function)

### 41.1 ମୌଳିକ ଫଳନ

କଳନ ଗଣିତର ପ୍ରୟୋଗ ବିଷୟରେ ପଢ଼ିବା ପୂର୍ବରୁ, ପ୍ରଥମେ ବାଣିଜ୍ୟ ଏବଂ ଅର୍ଥନୀତିରେ ବ୍ୟବହାର ହେଉଥିବା କେତେ ଗୁଡ଼ିଏ ଫଳନର ସଂଜ୍ଞା ଦେବା ।

#### 41.1.1 ମୂଲ୍ୟ ଫଳନ (Cost function)

$x$  ଏକକ ବସ୍ତୁର ଉତ୍ପାଦନ ଏବଂ ବଜାରୀକରଣ, ବସ୍ତୁର ଏକକ ସଂଖ୍ୟା ( $x$ ) ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ । ତେଣୁ  $C$  ଏବଂ  $x$  ର ସମ୍ପର୍କକୁ କଷ୍ଟ ଫଳନ କୁହାଯାଏ ଏବଂ  $C = C(x)$  ଭାବରେ ଲେଖାଯାଏ ।

ଏକ ଉତ୍ପାଦର  $x$  ଏକକ ଉତ୍ପାଦନ କରିବାର ଟୋଟାଲ କଷ୍ଟ ଦୁଇ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ

(i) ସ୍ଥିର ମୂଲ୍ୟ ବା ଫିକ୍ସଡ୍ କଷ୍ଟ

(ii) ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ ମୂଲ୍ୟ ବା ଭାରିଏବଲ୍ କଷ୍ଟ

ଅର୍ଥାତ୍,  $C(x) = F + V(x)$

**ଫିକ୍ସଡ୍ କଷ୍ଟ ବା ସ୍ଥିର ମୂଲ୍ୟ :** ଯେଉଁ ଖର୍ଚ୍ଚଗୁଡ଼ିକ ଉତ୍ପାଦନ ସ୍ତର ଅନୁସାରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ ନାହିଁ, ସେହି ସବୁ କଷ୍ଟ ଫିକ୍ସଡ୍ କଷ୍ଟ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଅଫିସ ପରିସର ଭଡା, ବାମା, କର ଇତ୍ୟାଦି ।

**ଭାରିଏବଲ୍ କଷ୍ଟ ବା ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ ମୂଲ୍ୟ :** ଯେଉଁ ଖର୍ଚ୍ଚ ଗୁଡ଼ିକ ଉତ୍ପାଦନର ସ୍ତର ଅନୁସାରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ, ସେଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟିକୁ ଭାରିଏବଲ୍ କଷ୍ଟ କୁହାଯାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଆବଶ୍ୟକ ସାମଗ୍ରୀର କଷ୍ଟ, ଲେଟର କଷ୍ଟ, ପ୍ୟାକେଜିଙ୍ଗ୍ କଷ୍ଟ ଇତ୍ୟାଦି ।

#### 41.1.2 ଡିମାଣ୍ଡ ଫଳନ ବା ଚାହିଦା ଫଳନ :

ଏକକ ପ୍ରତି ମୂଲ୍ୟ ଏବଂ ସେହି ମୂଲ୍ୟରେ ପୂରଣ କରାଯାଇଥିବା ଚାହିଦାର ପରିମାଣକୁ ସମ୍ବନ୍ଧିତ କରୁଥିବା ସମୀକରଣକୁ ଡିମାଣ୍ଡ ଫଳନ କୁହାଯାଏ ।

ଯଦି କୌଣସି ଏକ ଉତ୍ପାଦର ଏକକ ପ୍ରତି ମୂଲ୍ୟ ହେଉଛି 'p' ଏବଂ ଚାହିଦାଥିବା ବସ୍ତୁ ଗୁଡ଼ିକର ଏକକ ସଂଖ୍ୟା  $x$ , ତେବେ ଆମେ ଡିମାଣ୍ଡ ଫଳନକୁ ଲେଖିପାରିବା  $x = f(p)$

କିମ୍ବା  $p = g(x)$  ଅର୍ଥାତ୍ ମୂଲ୍ୟ 'p' କୁ  $x$  ର ଏକ ଫଳନ ଭାବରେ ଲେଖିପାରିବା ।

#### 41.1.3 ରେଭିନିଉ ଫଳନ (ରାଜସ୍ୱ ଫଳନ)

ଯଦି ଏକକ ପ୍ରତି 'p' ଟଙ୍କା ଦରରେ କୌଣସି ଉତ୍ପାଦର  $x$  ସଂଖ୍ୟକ ଏକକ ବିକ୍ରି କରାଯାଏ, ତେବେ ସେହି ଉତ୍ପାଦର  $x$  ଏକକ ବିକ୍ରିରୁ ପ୍ରାପ୍ତ ରାଜସ୍ୱ ପରିମାଣ ହେଉଛି ଟୋଟାଲ ରାଜସ୍ୱ । ତେଣୁ, ଯଦି  $x$  ଏକକ ଉତ୍ପାଦରୁ ଏକକ ପ୍ରତି 'p' ଟଙ୍କା ହାରରେ  $R$  ହେଉଛି ଟୋଟାଲ ରାଜସ୍ୱ, ତେବେ

ଟୋଟାଲ ରାଜସ୍ୱ  $R = p.x$  ହେଉଛି

ତେଣୁ, ରେଭିନିଉ ଫଳନ  $R(x) = p.x = x.p(x)$

#### 41.1.4 ପ୍ରଫିଟ୍ ଫଳନ (ଲାଭ ଫଳନ)

କୌଣସି ଉତ୍ପାଦର  $x$  ଏକକର ଟୋଟାଲ କଷ୍ଟକୁ ତାର ବିକ୍ରିରୁ ପ୍ରାପ୍ତ ଟୋଟାଲ ରେଭିନିଉରୁ ବିୟୋଗ କରି ଲାଭ ହିସାବ କରାଯାଏ । ତେଣୁ, ଯଦି ପ୍ରଫିଟ୍ ଫଳନ  $P(x)$  ହୁଏ, ତେବେ  $P(x) = R(x) - C(x)$

### 41.1.5 ସମ-ବିଚ୍ଛେଦନ ବିନ୍ଦୁ (Break-Even point)

ଯଦି ଉତ୍ପାଦର ବିକ୍ରି ହୋଇଥିବା ଏକକ ଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା  $x$  ହୁଏ, ତେବେ ଉତ୍ପାଦର ଏକକ ସଂଖ୍ୟା  $x$  କୁ ବ୍ରେକ୍ ଇଭେନ୍ ପଏଣ୍ଟ ବା ସମ ବିଚ୍ଛେଦନ ବିନ୍ଦୁ କହିବା ଯେଉଁଥିପାଇଁ ଲାଭ ବା କ୍ଷତି ହେବ ନାହିଁ ।

$$\text{ଅର୍ଥାତ୍ ସମ-ବିଚ୍ଛେଦନ ବିନ୍ଦୁରେ } P(x) = 0$$

$$\Rightarrow R(x) - C(x) = 0$$

$$\Rightarrow R(x) = C(x)$$

ଆସ, କେତେକ ଉଦାହରଣ ନେଇ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

**ଉଦାହରଣ 41.1** ଏକ ନୂଆ ଉତ୍ପାଦ ପାଇଁ, ଜଣେ ଉତ୍ପାଦନକାରୀ ଭିଡିଓଫି ପ୍ରସ୍ତୁତି ଲାଗି 1,00,000 ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ କଲେ ଏବଂ ଉତ୍ପାଦର ଏକ ଏକକ ପାଇଁ 150 ଟଙ୍କା ଭାରିଏବଲ୍ କଷ୍ଟ ହେବ ବୋଲି ଆକଳନ କଲେ । ଏକକ ପ୍ରତି ବିକ୍ରି ମୂଲ୍ୟ 200 ଟଙ୍କା ସ୍ଥିର କଲେ । ନିମ୍ନଲିଖିତ ଗୁଡ଼ିକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) କଷ୍ଟ ଫଳନ (ii) ରାଜସ୍ୱ ଫଳନ

(iii) ପ୍ରଫିଟ୍ ଫଳନ (iv) ବ୍ରେକ୍-ଇଭେନ୍-ପଏଣ୍ଟ ବା ସମବିଚ୍ଛେଦନ ବିନ୍ଦୁ

**ସମାଧାନ :** (i) ମନେକର ଉତ୍ପାଦିତ ହେଉଥିବା ଉତ୍ପାଦର ଏକକ ସଂଖ୍ୟା  $x$  ଏବଂ ବିକ୍ରି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟ  $x$  ।

$$\begin{aligned} \text{କଷ୍ଟ ଫଳନ } C(x) &= \text{ଫିକ୍ସଡ୍ କଷ୍ଟ} + \text{ଭାରିଏବଲ୍ କଷ୍ଟ} \\ &= 1,00,000 + 150x \end{aligned}$$

(ii) ରାଜସ୍ୱ ଫଳନ  $= P \cdot x = 200x$

$$\begin{aligned} \text{(iii) ପ୍ରଫିଟ୍ ଫଳନ } P(x) &= R(x) - C(x) \\ &= 200x - (1,00,000 + 150x) \\ &= 50x - 100,000 \end{aligned}$$

(iv) ସମ ବିଚ୍ଛେଦନ ବିନ୍ଦୁ ପାଇଁ,  $P(x) = 0$

$$\Rightarrow 50x - 1,00,000 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{1,00,000}{50} = 2000$$

ଏଣୁ ସମ ବିଚ୍ଛେଦନ ବିନ୍ଦୁ ହେଉଛି  $x = 2000$

ଅର୍ଥାତ୍, ଯେତେବେଳେ ଉତ୍ପାଦର 2000 ଏକକ ଉତ୍ପାଦିତ ହେବ ଏବଂ ବିକ୍ରି ହେବ, ସେତେବେଳେ ଲାଭ ବା କ୍ଷତି ହେବ ନାହିଁ ।

**ଉଦାହରଣ 41.2** ଗୋଟିଏ କମ୍ପାନୀ 18000 ଟଙ୍କା ଫିକ୍ସଡ୍ କଷ୍ଟରେ ଏକ ଉତ୍ପାଦର ଉତ୍ପାଦନ କରେ । ସମୁଦାୟ ରାଜସ୍ୱ ଆୟର 30% ଭାରିଏବଲ୍ କଷ୍ଟ ହେବ ବୋଲି ଆକଳନ ହେବାପରେ ଏହା ଏକକ ପ୍ରତି 20 ଟଙ୍କାରେ ବିକ୍ରି ହେଲା । ମୋଟ ରାଜସ୍ୱ, ଟୋଟାଲ କଷ୍ଟ ଏବଂ ପ୍ରଫିଟ୍ ଫଳନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

**ସମାଧାନ :** (i) ଏଠାରେ ଏକକ ପ୍ରତି ମୂଲ୍ୟ  $(p) = 20$  ଟଙ୍କା

$$\text{ଟୋଟାଲ ରେଭିନିଉ } R(x) = p \cdot x = 20x,$$

ଯେଉଁଠାରେ  $x =$  ବିକ୍ରି ହୋଇଥିବା ଉତ୍ପାଦର ଏକକ ସଂଖ୍ୟା

$$\text{(ii) କଷ୍ଟ ଫଳନ } C(x) = 18000 + \frac{30}{100} R(x)$$

$$= 18000 + \frac{30}{100} \times 20x = 18000 + 6x$$

## ବିକଳ୍ପ-II

ବାଣିଜ୍ୟ, ଅର୍ଥଶାସ୍ତ୍ର ଥା  
ବ୍ୟବସାୟ ପାଇଁ ଗଣିତ



ଟିପ୍ପଣୀ

**ବିକଳ୍ପ-II**

ବାଣିଜ୍ୟ, ଅର୍ଥଶାସ୍ତ୍ରତଥା  
ବ୍ୟବସାୟ ପାଇଁ ଗଣିତ



ଚିତ୍ରଣୀ

$$\begin{aligned} \text{(iii) ପ୍ରଫିଟ୍ ଫଳନ } P(x) &= R(x) - C(x) \\ &= 20x - (18000 + 6x) \\ &= 14x - 18000 \end{aligned}$$

**ଉଦାହରଣ 41.3**

ଏକ ଉତ୍ପାଦନ କାରୀ କମ୍ପାନୀ ଦେଖିଲେ ଯେ, ପ୍ରତିଦିନ ଏକ ଉତ୍ପାଦର  $x$  ଏକକ ଉତ୍ପାଦନ କରିବା କଷ୍ଟ ହେଉଛି  $C(x) = 210x + 7000$

(i) ଯଦି ପ୍ରତି ଏକକକୁ 350 ଟଙ୍କାରେ ବିକ୍ରି କରାଯାଏ, ତେବେ ପ୍ରତିଦିନ ଅନୁନ୍ୟ କେତେ ଏକକ ଉତ୍ପାଦନ କରି ତାକୁ ବିକ୍ରି କଲେ କ୍ଷତି ହେବ ନାହିଁ ବୋଲି ନିର୍ଣ୍ଣୟ ହେବ ?

(ii) ଯଦି ଏକକ ପ୍ରତି ବିକ୍ରିମୂଲ୍ୟ 35 ଟଙ୍କା ବଦଳାଯାଏ, ତେବେ ସମ ବିଚ୍ଛେଦନ ବିନ୍ଦୁ କେତେ ହେବ ?

ସମାଧାନ : (i) ଏଠାରେ  $R(x) = 350x$  ଏବଂ  $C(x) = 210x + 7000$

$$\begin{aligned} \therefore P(x) &= 350x - 210x - 7000 \\ &= 140x - 7000 \end{aligned}$$

$$\text{କ୍ଷତି ନ ହେବା ପାଇଁ, } P(x) = 0$$

$$\Rightarrow 140x - 7000 = 0$$

$$\Rightarrow x = 50$$

ତେଣୁ, କ୍ଷତି ନ ହେବା ପାଇଁ କମ୍ପାନୀ ପ୍ରତିଦିନ ଅତି କମ୍ରେ 50 ଏକକ ଉତ୍ପାଦନ କରି ବିକ୍ରି କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

(ii) ଏକକ ପ୍ରତି ବିକ୍ରିମୂଲ୍ୟ 35 ଟଙ୍କା ବୃଦ୍ଧି କଲେ,

$$R(x) = (350 + 35)x = 385x$$

$$\begin{aligned} \therefore P(x) &= 385x - (210x + 7000) \\ &= 175x - 7000 \end{aligned}$$

$$\text{ସମ-ବିଚ୍ଛେଦନ ବିନ୍ଦୁରେ, } P(x) = 0$$

$$\Rightarrow 175x - 7000 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{7000}{175} = 40$$



**ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 41.1**

1. ଏକ ନୂଆ ଉତ୍ପାଦର ଫିକ୍ସ୍ କଷ୍ଟ 18000 ଟଙ୍କା ଏବଂ ଏକକ ପ୍ରତି ଭାରିଏବଲ୍ କଷ୍ଟ 550 ଟଙ୍କା । ଯଦି ତିନାଶ୍ଚ ଫଳନ  $p(x) = 4000 - 150x$ , ସମ-ବିଚ୍ଛେଦନ ବିନ୍ଦୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
2. ଏକ କମ୍ପାନୀ ଭିଡିଓମି ପ୍ରସ୍ତୁତି ପାଇଁ ଖର୍ଚ୍ଚ କରନ୍ତି 25000 ଟଙ୍କା ଏବଂ ଏକ ଏକକ ଉତ୍ପାଦନ କରିବା ପାଇଁ ଭାରିଏବଲ୍ କଷ୍ଟ 45 ଟଙ୍କା । ଯଦି ଉତ୍ପାଦର ଭିଡିଓମି ଏକ ଏକକକୁ 65 ଟଙ୍କାରେ ବିକ୍ରି କରାଯାଏ, ତେବେ ସମ ବିଚ୍ଛେଦନ ବିନ୍ଦୁ (Break even point) ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
3. ଏକ ଚିଠି ନିର୍ମାଣକାରୀ ଦେଖିଲେ ଯେ,  $x$ ଟି ଚିଠି ସେଟ୍ରେ ଉତ୍ପାଦନ ଏବଂ ବିକ୍ରି କରିବାର ଟୋଟାଲ୍ କଷ୍ଟ  $C(x) = 50x^2 + 3000x + 43750$  । ପ୍ରତି ଚିଠି ସେଟ୍ରେ ସେ 6000 ଟଙ୍କାରେ ବିକ୍ରି କଲେ । ତେବେ ସମ ବିଚ୍ଛେଦନ ବିନ୍ଦୁ (Break Point) ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
4. ଏକ କମ୍ପାନୀ ତାଙ୍କ ଉତ୍ପାଦକୁ ଏକକ ପ୍ରତି 60 ଟଙ୍କାରେ ବିକ୍ରି କରନ୍ତି । କମ୍ପାନୀର ଫିକ୍ସ୍ କଷ୍ଟ 18000 ଟଙ୍କା ଏବଂ ଭାରିଏବଲ୍ କଷ୍ଟ ହେଉଛି ସମୁଦାୟ ରାଜସ୍ୱର 25% । ତେବେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଗୁଡିକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



- (i) ଟୋଟାଲ ରେଭିନିଉ ଫଳନ
- (ii) ଟୋଟାଲ କଷ୍ଟ ଫଳନ
- (iii) ସମ ବିଚ୍ଛେଦନ ବିନ୍ଦୁ (Break even Point)

5. ଏକ ଲାଭକାରୀ କମ୍ପାନୀ ଏକ ନୂଆ ଉତ୍ପାଦ ଉତ୍ପାଦନ କରିବାକୁ ଚାହିଁଲେ । ଏଥିପାଇଁ ଫିକ୍ସ୍ କଷ୍ଟ 35000 ଟଙ୍କା ଏବଂ ଏକକ ପ୍ରତି ଭାରିଏବଲ୍ କଷ୍ଟ 500 ଟଙ୍କା ହେବାର ଦେଖିଲେ ।  $x$  ଏକକ ବିକ୍ରି ପାଇଁ ରେଭିନିଉ ଫଳନ  $R(x) = 5000x - 100x^2$  ଦିଆଯାଇଛି । ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

- (i) ପ୍ରଫିଟ୍ ଫଳନ
- (ii) ସମବିଚ୍ଛେଦନ ବିନ୍ଦୁ (Break even point)
- (iii)  $x$  ର ଯେଉଁ ମାନ ପାଇଁ କ୍ଷତି ହେବ ।

**41.1.6 ଆଭରେଜ୍ ଏବଂ ମାର୍ଜିନାଲ ଫଳନ (Average and Marginal Function)**

ଯଦି ଦୁଇଟି ରାଶି  $x$  ଏବଂ  $y$  ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ବନ୍ଧ ହେଉଛି  $y = f(x)$ , ତେବେ ଆଭରେଜ୍ ଫଳନର ସଂଜ୍ଞା ହେଉଛି  $\frac{f(x)}{x}$

ଏବଂ ‘ $x$ ’ ସାପେକ୍ଷ  $y$ ର ତାତ୍କ୍ଷଣିକ ପରିବର୍ତ୍ତନର ହାରକୁ ମାର୍ଜିନାଲ ଫଳନ କୁହାଯାଏ ।

ଅର୍ଥାତ୍ ମାର୍ଜିନାଲ ଫଳନ  $= \frac{dy}{dx}$  ବା  $\frac{d}{dx}(f(x))$

ଆଭରେଜ୍ କଷ୍ଟ : ମନେକର ଏକ ଉତ୍ପାଦର  $x$  ଏକକ ଉତ୍ପାଦନ ଏବଂ ବିକ୍ରି କରିବାର ଟୋଟାଲ କଷ୍ଟ ହେଉଛି

$C = C(x)$  । ତେବେ ଆଭରେଜ୍ କଷ୍ଟ (AC)ର ସଂଜ୍ଞା ହେଉଛି  $AC = \frac{C}{x}$

ତେଣୁ, ଏକକ ପ୍ରତି କଷ୍ଟକୁ ଆଭରେଜ୍ କଷ୍ଟ କୁହାଯାଏ ।

ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ : ମନେକର ଏକ ଉତ୍ପାଦର  $x$  ଏକକ ଉତ୍ପାଦନ କରିବାର ଟୋଟାଲ କଷ୍ଟ  $C = C(x)$  ତେବେ ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ ‘MC’ ର ସଂଜ୍ଞା ହେଉଛି ‘ $x$ ’ ସାପେକ୍ଷ  $C(x)$  ର ପରିବର୍ତ୍ତନର ହାର ।

ତେଣୁ  $MC = \frac{dC}{dx} = \frac{d}{dx}(C(x))$

ତେଣୁ ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟକୁ ଉତ୍ପାଦର ଏକ ଅତିରିକ୍ତ ଏକକର କଷ୍ଟର ଆସନ୍ନମାନ ରୂପରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଯଦି କଷ୍ଟ ଫଳନ,  $C(x) = 0.2x^2 + 5$  ହୁଏ, ତେବେ ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ  $MC = 0.4x$   $\therefore$  ଯେତେବେଳେ 5 ଏକକ ଉତ୍ପାଦନ କରାଯିବ, ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ ହେବ

$[MC]_{x=5} = (0.4)(5) = 2$

ଅର୍ଥାତ୍, ଯେତେବେଳେ ଉତ୍ପାଦନ 5 ଏକକରୁ 6 ଏକକକୁ ବୃଦ୍ଧି କରାଯିବ, ସେତେବେଳେ ଏକ ଅତିରିକ୍ତ ଏକକର କଷ୍ଟର ଆସନ୍ନ ମାନ 2 ଟଙ୍କା ହେବ ।

କିନ୍ତୁ 5 ଏକକ ପରେ ଏକ ଅତିରିକ୍ତ ଏକକ ଉତ୍ପାଦନ ପାଇଁ ପ୍ରକୃତ ଦାମ୍ ହେଉଛି

$C(6) - C(5) = 2.2$  ଟଙ୍କା

**ଉଦାହରଣ 41.4** ଏକ ଫାର୍ମର କଷ୍ଟ ଫଳନ ଦିଆଯାଇଛି  $C = 2x^2 + x - 5$

ଯେତେବେଳେ  $x = 4$ , (i) ଆଭରେଜ୍ କଷ୍ଟ (ii) ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : (i)  $AC = \frac{C}{x} = \frac{2x^2 + x - 5}{x} = 2x + 1 - \frac{5}{x}$

## ବିକଳ୍ପ-II

ବାଣିଜ୍ୟ, ଅର୍ଥଶାସ୍ତ୍ରତଥା  
ବ୍ୟବସାୟ ପାଇଁ ଗଣିତ



ଚିତ୍ରଣୀ

$x = 4$  ପାଇଁ,

$$AC = 2(4) + 1 - \frac{5}{4} = 9 - 1.25 = 7.75$$

(ii)  $MC = \frac{d}{dx}(C) = 4x + 1$

$x = 4$  ପାଇଁ,  $MC = 4(4) + 1 = 16 + 1 = 17$

**ଉଦାହରଣ 41.5** ଟୋଟାଲ କଷ୍ଟ ଫଳନ  $C = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ପାଇଁ, ଦର୍ଶାଅ ଯେ ଆଭରେଜ୍ କଷ୍ଟର ବକ୍ରଲୀନୀ

$$\text{ସ୍ଲୋପ୍} = \frac{1}{x}(MC - AC)$$

ସମାଧାନ : କଷ୍ଟ ଫଳନ,  $C = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$$\text{ଆଭରେଜ୍ କଷ୍ଟ } AC = \frac{C}{x} = ax^2 + bx + c + \frac{d}{x}$$

$$\text{ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ } MC = \frac{d}{dx}(C) = 3ax^2 + 2bx + c$$

AC ବକ୍ରରେଖାର ସ୍ଲୋପ୍

$$= \frac{d}{dx}(AC) = \frac{d}{dx}\left(ax^2 + bx + c + \frac{d}{x}\right)$$

$$= 2ax + b - \frac{d}{x^2}$$

$$\therefore \text{AC ବକ୍ରର ସ୍ଲୋପ୍} = 2ax + b - \frac{d}{x^2}$$

$$= \frac{1}{x}\left[2ax^2 + bx - \frac{d}{x}\right]$$

$$\text{AC ବକ୍ରର ସ୍ଲୋପ୍} = \frac{1}{x}\left[(3ax^2 + 2bx + c) - \left(ax^2 + bx + c + \frac{d}{x}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{x}[MC - AC]$$

**ଉଦାହରଣ 41.6** ଯଦି ଏକ ଉତ୍ପାଦର ଟୋଟାଲ କଷ୍ଟ ଫଳନ  $C$  ଦିଆଯାଇଛି  $C = 2x\left(\frac{x+7}{x+5}\right) + 7$ , ତେବେ

ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, ଉତ୍ପାଦ ବଢ଼ିବା ସହିତ, ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ ନିରବଚ୍ଛିନ୍ନ ଭାବରେ କମିବ ।

$$\text{ସମାଧାନ : ଏଠାରେ, } C = 2x\left(\frac{x+7}{x+5}\right) + 7 = 2\left(\frac{x^2 + 7x}{x+5}\right) + 7$$

$$\therefore \frac{dC}{dx} = 2\left[\frac{(x+5)(2x+7) - (x^2 + 7x) \cdot 1}{(x+5)^2}\right]$$

$$= 2 \left[ \frac{2x^2 + 17x + 35 - x^2 - 7x}{(x+5)^2} \right]$$

$$= 2 \left[ \frac{x^2 + 10x + 35}{(x+5)^2} \right]$$

$$= 2 \left[ \frac{(x+5)^2 + 10}{(x+5)^2} \right]$$

$$= 2 \left[ 1 + \frac{10}{(x+5)^2} \right]$$

$$\therefore MC = 2 \left[ 1 + \frac{10}{(x+5)^2} \right]$$

ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ, ଯେତେବେଳେ  $x$  ବୃଦ୍ଧିପାଏ,  $(x+5)^2$  ମଧ୍ୟ ବୃଦ୍ଧିପାଏ ଏବଂ  $\frac{10}{(x+5)^2}$  ହ୍ରାସ ପାଏ । ଅର୍ଥାତ୍  $MC$

ହ୍ରାସ ପାଏ ।

ତେଣୁ, ଉତ୍ପାଦ ବଢ଼ିଲେ, ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ ନିରବଚ୍ଛିନ୍ନ ଭାବରେ କମିବ ।

## 41.2 ଆଭରେଜ ରେଭିନିଉ ଏବଂ ମାର୍ଜିନାଲ ରେଭିନିଉ (Average revenue and Marginal revenue)

ଆମେ ପଢ଼ିସାରିଛେ ଯେ, ଏକ ଉତ୍ପାଦର  $x$  ଏକକକୁ ଏକକ ପ୍ରତି 'p' ମୂଲ୍ୟରେ ବିକ୍ରିକରି ପାଉଥିବା ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଅର୍ଥକୁ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ରାଜସ୍ୱ ବା ଟୋଟାଲ ରେଭିନିଉ କୁହାଯାଏ । ତେଣୁ  $R = p \cdot x$

ଆଭରେଜ ରେଭିନିଉ : ଯଦି ଏକ ଉତ୍ପାଦର  $x$  ଏକକକୁ ଏକକ ପ୍ରତି 'p' ମୂଲ୍ୟରେ ବିକ୍ରି କରି ପାଉଥିବା ରାଜସ୍ୱ  $R$  ହୁଏ, ତେବେ ଆଭରେଜ ରେଭିନିଉ ଅର୍ଥ ଏକକ ପ୍ରତି ରେଭିନିଉ ଏବଂ ଏହାକୁ  $AR$  ଲେଖାଯାଏ ।

$$\therefore AR = \frac{R}{x} \text{ କିନ୍ତୁ } R = p \cdot x$$

$$\therefore AR = \frac{p \cdot x}{x} = p$$

ଏଣୁ, ଆଭରେଜ ରେଭିନିଉ, ଏକକ ପ୍ରତି ମୂଲ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ।

ମାର୍ଜିନାଲ ରେଭିନିଉ : ଡିମାଣ୍ଡ ପରିମାଣ ସାପେକ୍ଷ ଟୋଟାଲ ରେଭିନିଉର ପରିବର୍ତ୍ତନର ହାରକୁ ମାର୍ଜିନାଲ ରେଭିନିଉ (MR) କୁହାଯାଏ ।

$$\therefore MR = \frac{d}{dx}(R) = \frac{dR}{dx}$$

$\therefore$  ଉତ୍ପାଦର ଏକ ଅତିରିକ୍ତ ଏକକ ଉତ୍ପାଦନ ଏବଂ ବିକ୍ରିରୁ ପାଉଥିବା ରାଜସ୍ୱର ଆସନ୍ତ ମାନକୁ ମାର୍ଜିନାଲ ରେଭିନିଉ ଭାବରେ ବ୍ୟକ୍ତ କରାଯାଏ ।

**ଉଦାହରଣ 41.7** ଏକ ଉତ୍ପାଦର  $x$  ଏକକ ବିକ୍ରିକରି ପାଉଥିବା ଟୋଟାଲ ରେଭିନିଉ ଦିଆଯାଇଛି  $R(x) = 12x + 2x^2 + 6$  । ତେବେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଗୁଡ଼ିକୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

## ବିକଳ-II

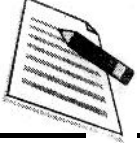
ବାଣିଜ୍ୟ, ଅର୍ଥଶାସ୍ତ୍ର ଥା  
ବ୍ୟବସାୟ ପାଇଁ ଗଣିତ



ଚିତ୍ରଣୀ

**ବିକଳ୍ପ-II**

ବାଣିଜ୍ୟ, ଅର୍ଥଶାସ୍ତ୍ରତଥା  
ବ୍ୟବସାୟ ପାଇଁ ଗଣିତ



ଚିହ୍ନଟୀ

(i) ଆଭରେଜ ରେଭିନିଉ (ii) ମାର୍ଜିନାଲ ରେଭିନିଉ

(iii)  $x = 50$  ପାଇଁ, ମାର୍ଜିନାଲ ରେଭିନିଉ (iv) 51 ତମ ଏକକକୁ ବିକ୍ରି କରି ପାଉଥିବା ପ୍ରକୃତ ରେଭିନିଉ

ସମାଧାନ : (i) ଆଭରେଜ ରେଭିନିଉ

$$AR = \frac{R}{x} = \frac{12x + 2x^2 + 6}{x} = 12 + 2x + \frac{6}{x}$$

(ii) ମାର୍ଜିନାଲ ରେଭିନିଉ  $MR = \frac{d}{dx}(R) = 12 + 4x$

(iii)  $[MR]_{x=50} = 12 + 4(50) = 212$

(iv) 51 ତମ ଉତ୍ପାଦର ବିକ୍ରିରୁ ପ୍ରାପ୍ତ ପ୍ରକୃତ ରେଭିନିଉ =  $R(51) - R(50)$

$$= [12(51) + 2(51)^2 + 6] - [12(50) + 2(50)^2 + 6]$$

$$= 12(51 - 50) + 2(51^2 - 50^2)$$

$$= 12 + 2 \times 101$$

$$= 12 + 202 = 214$$

**ଉଦାହରଣ 41.8**

ଜଣେ ଉତ୍ପାଦନକାରୀଙ୍କର ଏକ ଉତ୍ପାଦର ଡିମାଣ୍ଡ ଫଳନ  $p(x) = ax + b$  । ସେ ଜାଣିଛନ୍ତି, ଯେତେବେଳେ ଏକ ଏକକର ମୂଲ୍ୟ 5 ଟଙ୍କା, ସେ 1250 ଏକକ ବିକ୍ରି କରିପାରିବେ ଏବଂ ଯେତେବେଳେ ଏକ ଏକକର ମୂଲ୍ୟ 4 ଟଙ୍କା, ସେ 1500 ଏକକ ବିକ୍ରି କରିପାରିବେ । ଟୋଟାଲ, ଆଭରେଜ ଏବଂ ମାର୍ଜିନାଲ ରେଭିନିଉ ଫଳନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଆହୁରି ମଧ୍ୟ ଏକକ ପ୍ରତି ମୂଲ୍ୟ କେତେ ହେଲେ ମାର୍ଜିନାଲ ରେଭିନିଉ ଜିରୋ ହେବ, ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ,  $p(x) = ax + b$

ଏବଂ ଯେତେବେଳେ  $x = 1250$ ,  $p = 5$  ଟଙ୍କା

$$\therefore 5 = 1250a + b \quad \dots (i)$$

ଏବଂ ଯେତେବେଳେ  $x = 1500$ ,  $p = 4$  ଟଙ୍କା

$$\therefore 4 = 1500a + b \quad \dots (ii)$$

(i) ଏବଂ (ii) କୁ ସମାଧାନ କଲେ ଆମେ ପାଇବା

$$a = \frac{-1}{250}, b = 10$$

$$\therefore \text{ଡିମାଣ୍ଡ ଫଳନ } p(x) = 10 - \frac{x}{250}$$

$$\therefore \text{ଟୋଟାଲ ରେଭିନିଉ } R = p \cdot x = 10x - \frac{x^2}{250}$$

$$\text{ଆଭରେଜ ରେଭିନିଉ } p = 10 - \frac{x}{250}$$

$$\text{ଏବଂ ମାର୍ଜିନାଲ ରେଭିନିଉ } MR = 10 - \frac{2x}{250} = 10 - \frac{x}{125}$$

$$\text{ବର୍ତ୍ତମାନ, ଯେତେବେଳେ } MR = 0, 10 - \frac{x}{125} = 0$$



$$\Rightarrow x = 1250$$

$$\text{ତେଣୁ } p = 10 - \frac{x}{250} = 10 - \frac{1250}{250} = 5$$

ଅର୍ଥାତ୍ ଏକକ ପ୍ରତି ମୂଲ୍ୟ 5 ଟଙ୍କା

ତେଣୁ ଏକକ ପ୍ରତି 5 ଟଙ୍କା ମୂଲ୍ୟରେ ମାର୍ଜିନାଲ ରେଭିନିଉ ଜିରୋ ହେବ ।

**ଉଦାହରଣ 41.9** ଜଣେ ଏକ ଚାଟିଆ ବ୍ୟବସାୟୀ (Monopolist) କର ତିମାଣ୍ଡ ଫଳନ ଦିଆଯାଇଛି

$$p = 1500 - 2x - x^2 \text{ । ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :}$$

(i) ରେଭିନିଉ ଫଳନ (ii) ମାର୍ଜିନାଲ ରେଭିନିଉ ଫଳନ

(iii) MR ଯେତେବେଳେ  $x = 20$ ,

$$\text{ସମାଧାନ : } P = 1500 - 2x - x^2$$

(i) ରେଭିନିଉ ଫଳନ  $R = p \cdot x = 1500x - 2x^2 - x^3$

(ii) ମାର୍ଜିନାଲ ରେଭିନିଉ

$$MR = \frac{d}{dx}(R) = 1500 - 4x - 3x^2$$

$$(iii) [MR]_{x=20} = 1500 - 80 - 1200 = 220$$

**ଟୀକା :** ବ୍ୟବସାୟରେ ପ୍ରତିଯୋଗିତା ନଥିଲେ, ବ୍ୟବସାୟ ଏକଚାଟିଆ ଚାଲେ ଏବଂ ବ୍ୟବସାୟୀକୁ ଏକଚାଟିଆ ବ୍ୟବସାୟୀ କୁହାଯାଏ । ତେଣୁ ଜଣେ ଏକଚାଟିଆ ବ୍ୟବସାୟୀ (ମୋନୋପୋଲିଷ୍ଟ) ପାଖରେ ଉତ୍ପାଦନ ଦାମ୍, ଏହାର ଉତ୍ପାଦନ ଓ ବିକ୍ରି ସଂଖ୍ୟା ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ ।



### ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 41.2

1. ଏକ କମ୍ପାନୀର ଟୋଟାଲ୍ କଷ୍ଟ  $C(x)$  ଦତ୍ତ ଅଛି,  $C(x) = 1000 + 25x + 2x^2$  ଯେଉଁଠି  $x =$  ଉତ୍ପାଦିତ ଉତ୍ପାଦନ ସଂଖ୍ୟା । ତେବେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଗୁଡ଼ିକୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) ଆଭରେଜ୍ କଷ୍ଟ (ii) ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ

(iii) ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ ଯେତେବେଳେ  $x = 15$  ଏବଂ

(iv) 15 ତମ ଏକକ ଉତ୍ପାଦନ ପାଇଁ ପ୍ରକୃତ ଦାମ୍

2. ଏକ ଫାର୍ମର କଷ୍ଟ ଫଳନ ଦତ୍ତ ଅଛି  $C = 2x^2 + 3x + 4$  । ନିମ୍ନ ଗୁଡ଼ିକୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) ଆଭରେଜ୍ କଷ୍ଟ (ii) ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ

(iii) ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ ଯେତେବେଳେ  $x = 5$  ପାଇଁ

3. ଏକ ଫାର୍ମର ଟୋଟାଲ୍ କଷ୍ଟ ଫଳନ ଦତ୍ତ ଅଛି,  $C(x) = 0.002x^3 - 0.04x^2 + 5x + 1500$  ଯେଉଁଠାରେ  $x =$  ଉତ୍ପାଦ ସଂଖ୍ୟା । ତେବେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଗୁଡ଼ିକୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) ଆଭରେଜ୍ କଷ୍ଟ (ii) ମାର୍ଜିନାଲ ଆଭରେଜ୍ କଷ୍ଟ (MAC) (iii) ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ

(iv)  $x$  ସାପେକ୍ଷ MC ର ପରିବର୍ତ୍ତନର ହାର

4. ଏକ ଉତ୍ପାଦ ପାଇଁ ଆଭରେଜ୍ କଷ୍ଟ ଫଳନ (AC) ଦତ୍ତ ଅଛି

$$AC = 0.006x^2 - 0.02x - 30 + \frac{5000}{x}, \text{ ଯେଉଁଠି } x = \text{ଉତ୍ପାଦ ସଂଖ୍ୟା} \text{ । ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :}$$

### ବିକଳ୍ପ-II

ବାଣିଜ୍ୟ, ଅର୍ଥଶାସ୍ତ୍ରତା ବ୍ୟବସାୟ ପାଇଁ ଗଣିତ



ଚିତ୍ରଣୀ

**ବିକଳ୍ପ-II**

ବାଣିଜ୍ୟ, ଅର୍ଥଶାସ୍ତ୍ରତଥା  
ବ୍ୟବସାୟ ପାଇଁ ଗଣିତ



ଚିହ୍ନଟୀ

(i) ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ ଫଳନ

(ii) 50 ଏକକ ଉତ୍ପାଦନ ପାଇଁ ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ

5. ଏକ କମ୍ପାନୀ ପାଇଁ ମୋଟ କଷ୍ଟ ଫଳନ ଦତ୍ତ ଅଛି,  $C(x) = \frac{3}{4}x^2 - 7x + 27$  । ଉତ୍ପାଦର ସ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ

କର, ଯେଉଁଥିପାଇଁ  $MC = AC$  ହେବ ।

6. ଏକ ମୋନୋପୋଲିଷ୍ଟ (ଏକଚାଟିଆ ବ୍ୟବସାୟୀ) ପାଇଁ ଡିମାଣ୍ଡ ଫଳନ ଦତ୍ତ ଅଛି  $x = 100 - 4p$ , ଯେଉଁଠି ଉତ୍ପାଦିତ ଏବଂ ବିକ୍ରି ହେଉଥିବା ଉତ୍ପାଦର ଏକକ ସଂଖ୍ୟା  $x$  ଏବଂ ଏକକ ପ୍ରତି ମୂଲ୍ୟ  $= p$  ।

ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

(i) ସମୁଦାୟ ରାଜସ୍ୱ ଫଳନ (ii) ହାରାହାରି ରାଜସ୍ୱ ଫଳନ

(iii) ମାର୍ଜିନାଲ ରାଜସ୍ୱ ଫଳନ ଏବଂ

(iv) ମୂଲ୍ୟ ଏବଂ ପରିମାଣ, ଯେଉଁଥିପାଇଁ  $MR = 0$  ହେବ ।

7. ଏକ ଫାର୍ମ ଜାଣିଛନ୍ତି ଯେ ତାଙ୍କର ଉତ୍ପାଦ ପାଇଁ ଡିମାଣ୍ଡ ଫଳନ ଏକରାସି (Linear) ହେବ । ସେ ଆହୁରି ମଧ୍ୟ ଜାଣିଛନ୍ତି ଯେ ଯେତେବେଳେ ଏକକ ପ୍ରତି ସେ ମୂଲ୍ୟ 4 ଟଙ୍କା, ସେ 1000 ଏକକ ବିକ୍ରି କରିପାରିବେ ଏବଂ ଯେତେବେଳେ ଏକକ ପ୍ରତି ମୂଲ୍ୟ 2 ଟଙ୍କା, ସେ 1500 ଏକକ ବିକ୍ରି କରିପାରିବେ । ତେବେ ନିମ୍ନଗୁଡ଼ିକୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) ଡିମାଣ୍ଡ ଫଳନ (ii) ମୋଟ ରାଜସ୍ୱ ଫଳନ

(iii) ହାରାହାରି ରାଜସ୍ୱ ଫଳନ

(iv) ମାର୍ଜିନାଲ ରାଜସ୍ୱ ଫଳନ

8. ଏକ ଉତ୍ପାଦର ଡିମାଣ୍ଡ ଫଳନ ଦତ୍ତ ଅଛି  $p = \frac{5}{x+3}$  । ଦର୍ଶାଅ ଯେ ମାର୍ଜିନାଲ ରେଭିନିଉ ଫଳନ ଏକ ନିମ୍ନଗାମୀ ଫଳନ (ଡିକ୍ରିଜିଙ୍ଗ୍ ଫଳନ) ହେବ ।

ଆଭରେଜ କଷ୍ଟ କିମ୍ବା ଟୋଟାଲ କଷ୍ଟର ସର୍ବନିମ୍ନତା ଏବଂ ଟୋଟାଲ ରେଭିନିଉ, ଟୋଟାଲ ପ୍ରଫିଟର ସର୍ବୋଚ୍ଚତା : ଆମେ ଜାଣିଛେ ଯେ, ଯଦି ଏକ ଉତ୍ପାଦର  $x$  ଏକକ ପାଇଁ, ଟୋଟାଲ କଷ୍ଟ ଫଳନ  $C = C(x)$  ହୁଏ, ତେବେ ଆଭରେଜ

କଷ୍ଟ (AC) ହେବ  $AC = \frac{C(x)}{x}$  ।

ଅର୍ଥନୀତି ଏବଂ ବାଣିଜ୍ୟରେ ଉତ୍ପାଦିତ ହେଉଥିବା ଉତ୍ପାଦର ସ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଯେଉଁଥିପାଇଁ ଆଭରେଜ କଷ୍ଟ ସର୍ବନିମ୍ନ ହେବ, ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ । କଳନ ଗଣିତ ବ୍ୟବହାର କରି ଏହା କରାଯାଇପାରିବ । ପ୍ରଥମେ  $\frac{d}{dx}(AC) = 0$

ନେଇ  $x$  ର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କରିବା ଯେଉଁଥିପାଇଁ  $\frac{d^2}{dx^2}(AC) > 0$  ହେବ ।

ସେହିପରି, ସମୁଦାୟ ରାଜସ୍ୱର ସର୍ବୋଚ୍ଚ ମାନ ନିରୂପଣ କରିବା ଲାଗି ଉତ୍ପାଦର ସ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ଇଚ୍ଛା କଲେ, ଆମେ

$\frac{d}{dx}(R(x)) = 0$  ନେଇ  $x$  ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଯେପରି  $\frac{d^2}{dx^2}[R(x)] < 0$  ହେବ ।

ସେହିପରି ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଲାଭ ପାଇଁ,  $\frac{d}{dx}[P(x)] = 0$  ନେଇ  $x$  ର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କରିବା ଯେପରି  $\frac{d^2}{dx^2}[P(x)] < 0$  ହେବ ।

**ବିକଳ୍ପ-II**

ବାଣିଜ୍ୟ, ଅର୍ଥଶାସ୍ତ୍ର ଆ  
ବ୍ୟବସାୟ ପାଇଁ ଗଣିତ



ଚିତ୍ରଣୀ

**ଉଦାହରଣ 41.10**

ଏକ ବସ୍ତୁର  $x$  ଏକକ ଉତ୍ପାଦନ ପାଇଁ ଖର୍ଚ୍ଚ 6000 ଟଙ୍କା ଓଡର ହେତ ହୁଏ, ଏକକ ପ୍ରତି ମାଟ୍ରେରିଆଲ ଦାମ୍ 5 ଟଙ୍କା ଏବଂ ଲେବର ଖର୍ଚ୍ଚ  $\frac{x^2}{60}$  ଟଙ୍କା, କେତେ ଏକକ ଉତ୍ପାଦନ କଲେ ଆଭରେଜ କଷ୍ଟ ସର୍ବନିମ୍ନ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଟୋଟାଲ କଷ୍ଟ  $C(x) = 6000 + 5x + \frac{x^2}{60}$

$$\therefore AC = \frac{C(x)}{x} = \frac{6000}{x} + 5 + \frac{x}{60}$$

$$\text{ବର୍ତ୍ତମାନ } \frac{d}{dx}(AC) = -\frac{6000}{x^2} + \frac{1}{60}$$

$$\therefore \frac{d}{dx}(AC) = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{6000}{x^2} + \frac{1}{60} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = 360000$$

$$\Rightarrow x = 600$$

$$\frac{d^2}{dx^2}(AC) = \frac{12000}{x^3} > 0, x = 600 \text{ ପାଇଁ}$$

ଏଣୁ AC ସର୍ବନିମ୍ନ ହେବ, ଯେତେବେଳେ  $x = 600$

**ଉଦାହରଣ 41.11**

ଏକ ଉତ୍ପାଦର ଟୋଟାଲ କଷ୍ଟ ଫଳନ ଦିଆଯାଇଛି  $C(x) = x^3 - \frac{615x^2}{2} + 15750x + 18000$

ଯେଉଁଠାରେ  $x$  ଏକକ ଉତ୍ପାଦ ଉତ୍ପାଦିତ ହୁଏ । କେତେ ଏକକ ଉତ୍ପାଦ ଉତ୍ପାଦିତ ହେଲେ, ଟୋଟାଲ କଷ୍ଟ ସର୍ବନିମ୍ନ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ :  $C(x) = x^3 - \frac{615x^2}{2} + 15750x + 18000$

$$\therefore \frac{d}{dx}[C(x)] = 3x^2 - 615x + 15750$$

$$\frac{d}{dx}[C(x)] = 0$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 615x + 15750 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 205x + 5250 = 0$$

$$\Rightarrow (x-175)(x-30) = 0$$

$$\Rightarrow x = 175, x = 30$$

$$\frac{d^2}{dx^2}[C(x)] = 6x - 615$$

## ବିକଳ୍ପ-II

ବାଣିଜ୍ୟ, ଅର୍ଥଶାସ୍ତ୍ରତଥା  
ବ୍ୟବସାୟ ପାଇଁ ଗଣିତ



ଚିହ୍ନଟୀ

$$x = 175 \text{ ପାଇଁ } \frac{d^2}{dx^2}[C(x)] > 0$$

ତେଣୁ  $C(x)$  ସର୍ବନିମ୍ନ ହେବ, ଯେତେବେଳେ 175 ଏକକ ଉତ୍ପାଦିତ ହେବ ।

**ଉଦାହରଣ 41.12** ଏକ ଉତ୍ପାଦନକାରୀର ଏକ ଉତ୍ପାଦର ଡିମାଣ୍ଡ ଫଳନ  $x = 70 - 5p$  ଅଟେ, ଯେଉଁଠାରେ  $x$  ହେଉଛି ଏକକ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଏକକ ପ୍ରତି ମୂଲ୍ୟ 'p' ।  $x$  ର କେଉଁ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ରାଜସ୍ୱ ସର୍ବୋଚ୍ଚ ହେବ ? ସର୍ବୋଚ୍ଚ ରାଜସ୍ୱ କେତେ ?

ସମାଧାନ : ଡିମାଣ୍ଡ ଫଳନ ଦିଆଯାଇଅଛି  $x = 70 - 5p$

$$\Rightarrow p = \frac{70 - x}{5}$$

$$\therefore R(x) = p \cdot x = \frac{70x - x^2}{5}$$

$$\frac{d}{dx}[R(x)] = \frac{1}{5}(70 - 2x)$$

$$\frac{d}{dx}[R(x)] = 0 \quad \Rightarrow x = 35$$

$$\text{ବର୍ତ୍ତମାନ, } \frac{d^2}{dx^2}[R(x)] = -\frac{2}{5} < 0$$

ତେଣୁ ସର୍ବୋଚ୍ଚ ରାଜସ୍ୱ ପାଇଁ  $x = 35$

$$\text{ଏବଂ ସର୍ବୋଚ୍ଚ ରାଜସ୍ୱ } [R(x)]_{x=35} = \frac{70(35) - (35)^2}{5} \text{ ଟଙ୍କା} = 245 \text{ ଟଙ୍କା}$$

**ଉଦାହରଣ 41.13** ଏକ କମ୍ପାନୀ 60 କିମ୍ବା ତାଠାରୁ କମ୍ ରେଡିଓ ସେଟ୍ ଅର୍ଡର ପାଇଁ ରେଡିଓ ପ୍ରତି 700 ଟଙ୍କା ନିଅନ୍ତି । 60ଟିରୁ ଅଧିକ ସେଟ୍ ଅର୍ଡର କ୍ଷେତ୍ରରେ, ପ୍ରତି ଅଧିକ ସେଟ୍ ପାଇଁ ଦାମ୍ 10 ଟଙ୍କା କମ୍ କରନ୍ତି । କମ୍ପାନୀ ସର୍ବୋଚ୍ଚ କେତେ ସେଟ୍ ଅର୍ଡର ନେଲେ, ରାଜସ୍ୱ ସର୍ବୋଚ୍ଚ ହେବ ?

ସମାଧାନ : 60 ପରେ ଅଧିକ  $x$ ଟି ସେଟ୍ ଅର୍ଡର ନେଲେ

ଅର୍ଥାତ୍ ଅର୍ଡର ନେଇଥିବା ରେଡିଓ ସେଟ୍ ସଂଖ୍ୟା =  $60 + x$

$\therefore$  ସେଟ୍ ପ୍ରତି ମୂଲ୍ୟ =  $(700 - 10x)$  ଟଙ୍କା

$\therefore$  ସମୁଦାୟ ରାଜସ୍ୱ  $R = (60 + x)(700 - 10x)$

$$\frac{dR}{dx} = (60 + x)(-10) + (700 - 10x) \times 1$$

$$= -600 - 10x + 700 - 10x$$

$$= 100 - 20x$$

$$\frac{dR}{dx} = 0 \Rightarrow x = 5$$

$$\frac{d^2R}{dx^2} = -20 < 0$$

ତେଣୁ ସର୍ବୋଚ୍ଚ ରାଜସ୍ୱ ପାଇଁ, ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଅର୍ଡର ହେବ  $(60+5)$  ସେଟ୍ = 65 ସେଟ୍ ।

## ବିକଳ୍ପ-II

ବାଣିଜ୍ୟ, ଅର୍ଥଶାସ୍ତ୍ରତଥା ବ୍ୟବସାୟ ପାଇଁ ଗଣିତ



ଚିତ୍ରଣୀ

**ଉଦାହରଣ 41.14** ଏକ କମ୍ପାନୀ ଦ୍ୱାରା ଏକ ଉତ୍ପାଦର  $x$  ଏକକ ଉତ୍ପାଦନ ଏବଂ ବିକ୍ରି ପାଇଁ କଷ୍ଟ ଫଳନ ହେଉଛି  $C(x) = 250 + 0.005x^2$  ଏବଂ ମୋଟ ରାଜସ୍ୱ ଦର ଅଛି  $R = 4x$  । ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଲାଭ ହେବା ପାଇଁ କେତେ ଏକକ ଉତ୍ପାଦନ କରିବାକୁ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଲାଭ କେତେ ହେବ ?

ସମାଧାନ :  $C(x) = 250 + 0.005x^2$  ଏବଂ  $R(x) = 4x$

$\therefore$  ପ୍ରଫିଟ୍ ଫଳନ  $P(x) = R(x) - C(x)$

$$= 4x - 250 - 0.005x^2$$

$$\therefore \frac{d}{dx}[P(x)] = 4 - 0.010x$$

$$\therefore \frac{d}{dx}[P(x)] = 0 \text{ ରୁ ପାଇବା}$$

$$\Rightarrow 4 - 0.01x = 0 \Rightarrow x = \frac{4}{.01} = 400$$

$$\frac{d^2}{dx^2}[P(x)] = -0.01 < 0$$

ତେଣୁ ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଲାଭ ପାଇଁ  $x = 400$  ଏବଂ

$$\text{ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଲାଭ} = [P(x)]_{x=400} = \left[ 4(400) - 250 - \frac{5}{1000}(400)^2 \right] \text{ଟଙ୍କା}$$

$$= (1600 - 250 - 800) \text{ଟଙ୍କା} = 550 \text{ଟଙ୍କା}$$

**ଉଦାହରଣ 41.15** ଏକ ଫାର୍ମ ତାଙ୍କ ପୂର୍ବ ଅନୁଭୂତିରୁ ଜାଣିଲେ ଯେ, ତାଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଉତ୍ପାଦିତ ହେଉଥିବା ଉତ୍ପାଦର ଏକକ ସଂଖ୍ୟା  $x$  ମାଧ୍ୟମରେ ତାଙ୍କର ଲାଭ  $P(x)$  ହେଉଛି

$$P(x) = -\frac{x^3}{3} + 729x + 2700, 0 \leq x \leq 35$$

ତେବେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର : (i) ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଲାଭ ପାଇଁ  $x$  ର ମୂଲ୍ୟ ଏବଂ

(ii) ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଲାଭ ପାଇବା ପାଇଁ, ଉତ୍ପାଦର ଏକକ ପ୍ରତି ଲାଭ ।

ସମାଧାନ :  $P(x) = -\frac{x^3}{3} + 729x + 2700$

$$\therefore \frac{d}{dx}[P(x)] = -x^2 + 729$$

$$\therefore \frac{d}{dx}[P(x)] = 0 \Rightarrow x = 27$$

$$\frac{d^2}{dx^2}[P(x)] = -2x < 0, x = 27 \text{ ପାଇଁ}$$

ତେଣୁ, ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଲାଭ ପାଇଁ  $x = 27$

**ବିକଳ-II**

ବାଣିଜ୍ୟ, ଅର୍ଥଶାସ୍ତ୍ର ଥା  
ବ୍ୟବସାୟ ପାଇଁ ଗଣିତ



ଚିତ୍ରଣୀ

(ii)  $P(x) = -\frac{x^3}{3} + 729x + 2700$

ଏକକ ପ୍ରତି ପ୍ରଦର୍ଶ =  $\frac{P(x)}{x} = -\frac{x^2}{3} + 729 + \frac{2700}{x}$

=  $\left(-\frac{729}{3} + 729 + \frac{2700}{27}\right)$  ଟଙ୍କା

=  $(-243+729+100)$  ଟଙ୍କା

= 586 ଟଙ୍କା



**ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 41.3**

- ଏକ ଦ୍ରବ୍ୟର ନିର୍ମାଣ ଖର୍ଚ୍ଚ 3000 ଟଙ୍କା ଓଭର ହେଡ୍ । ଦ୍ରବ୍ୟ ପ୍ରତି ମେଟ୍ରିଆଲ ଖର୍ଚ୍ଚ 8 ଟଙ୍କା ଏବଂ  $x$  ଟି ଦ୍ରବ୍ୟ ଉତ୍ପାଦନ ପାଇଁ ଲେବର ଖର୍ଚ୍ଚ  $\frac{x^2}{30}$  । ଆଭରେଜ୍ କଷ୍ଟ ସର୍ବନିମ୍ନ ହେବାପାଇଁ କେତୋଟି ଦ୍ରବ୍ୟ ଉତ୍ପାଦନ କରିବାକୁ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
- ଏକ ଫାର୍ମର କଷ୍ଟ ଫଳନ ଦତ୍ତ ଅଛି,  
 $C = 300x - 10x^2 + \frac{1}{3}x^3$ , ଯେଉଁଠି  $x$  ହେଉଛି ଉତ୍ପାଦର ଏକକ ସଂଖ୍ୟା । ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :  
(i) ଉତ୍ପାଦ ସଂଖ୍ୟା, ଯେଉଁଥିପାଇଁ ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ ସର୍ବନିମ୍ନ ହେବ ।  
(ii) ଉତ୍ପାଦ ସଂଖ୍ୟା, ଯେଉଁଥିପାଇଁ ଆଭରେଜ୍ କଷ୍ଟ ସର୍ବନିମ୍ନ ହେବ ।  
(iii) ଉତ୍ପାଦ ସଂଖ୍ୟା, ଯେତେବେଳେ, ଆଭରେଜ୍ କଷ୍ଟ = ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ ।
- ଯଦି ଏକ ଉତ୍ପାଦର  $x$  ସଂଖ୍ୟକ ଉତ୍ପାଦନ ପାଇଁ କଷ୍ଟ ଫଳନ  $C = 0.01x^2 + 5x + 100$  ହୁଏ, ତେବେ ଉତ୍ପାଦନର କେଉଁ ସ୍ତରରେ  $x$  ପାଇଁ ଆଭରେଜ୍ ଉତ୍ପାଦନ କଷ୍ଟ ସର୍ବନିମ୍ନ ହେବ ? ଏହି ସର୍ବନିମ୍ନ ଆଭରେଜ୍ କଷ୍ଟ କେତେ ?
- ଏକ ଟିଭି ନିର୍ମାଣକାରୀ ସପ୍ଲାଇ ପ୍ରତି  $x$ ଟି ଟିଭି ସେଟ୍ ଉତ୍ପାଦନ କରନ୍ତି ଯେପରି ଉତ୍ପାଦନର ଗୋଟାଲ କଷ୍ଟ ହେବ  $C(x) = x^3 - 195x^2 + 6600x + 15000$  । ଗୋଟାଲ କଷ୍ଟ ସର୍ବନିମ୍ନ ହେବା ପାଇଁ ସପ୍ଲାଇ ପ୍ରତି କେତୋଟି ଟିଭି ନିର୍ମାଣ କରିବାକୁ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
- ଏକ କମ୍ପାନୀ ଦ୍ଵାରା ତା'ର ଏକ ଉତ୍ପାଦର ବଜାରରେ ଡିମାଣ୍ଡ ଫଳନ ଦତ୍ତ ଅଛି  $p = \frac{80-x}{4}$ , ଯେଉଁଠି  $x$  ହେଉଛି ଏକକ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଏକକ ପ୍ରତି ମୂଲ୍ୟ 'p' ।  $x$  ର କେଉଁ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ରାଜସ୍ଵ ସର୍ବୋଚ୍ଚ ହେବ ? ଏହି ସର୍ବୋଚ୍ଚ ରାଜସ୍ଵ କେତେ ?
- ଏକ କମ୍ପାନୀ 20 କିମ୍ବା ତାଠାରୁ କମ୍ ରେଫ୍ରିଜରେଟର ଅର୍ଡର ପାଇଁ ପ୍ରତି ରେଫ୍ରିଜରେଟରର ଦାମ୍ 15000 ଟଙ୍କା ନିଅନ୍ତି । 20ରୁ ଅଧିକ ରେଫ୍ରିଜରେଟର ଅର୍ଡର ପାଇଁ କମ୍ପାନୀ ରେଫ୍ରିଜରେଟର ପ୍ରତି 100 ଟଙ୍କା କମ୍ ନିଅନ୍ତି । କମ୍ପାନୀ ସବୁଠାରୁ ବଡ଼ କେତେ ଅର୍ଡର ନେଲେ, ସର୍ବୋଚ୍ଚ ରାଜସ୍ଵ ପାଇବେ ?



7. ଏକ ଫାର୍ମର ନିମ୍ନଲିଖିତ ଡିମାଣ୍ଡ ଏବଂ ଆଉଟପୁଟ୍ କଷ୍ଟ ଫଳନ ଦିଆଯାଇଛି  $x = 480 - 20p$  ଏବଂ  $AC = 10 + \frac{x}{15}$  । ଏହି ଏକତାଟିଆ ମାଲିକଙ୍କର  $x$  ର କେଉଁ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଲାଭ ହେବ ଏବଂ ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଲାଭ କେତେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
8. ଏକ ଦତ୍ତ ଉତ୍ପାଦ ନିର୍ମାଣ ହେବାର ଟୋଟାଲ କଷ୍ଟ  $C = \left( \frac{x^2}{100} + 100x + 40 \right)$  ଟଙ୍କା ଯେଉଁଠାରେ,  $x$  ହେଉଛି ନିର୍ମିତ ହୋଇଥିବା ଉତ୍ପାଦ ସଂଖ୍ୟା । ଯଦି  $p = \left( 200 - \frac{x}{400} \right)$  ଟଙ୍କା, ଯାହାକି ପ୍ରତି ଏକକର ବିକ୍ରି ମୂଲ୍ୟ, ତେବେ ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଲାଭ ପାଇଁ  $x$  ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

### 41.3 ବାଣିଜ୍ୟ ଏବଂ ଅର୍ଥନୀତିରେ ସମାକଳନର ପ୍ରୟୋଗ (Application of Integration to commerce and Economics)

ଆମେ ଜାଣିଛେ ଯେ, ଟୋଟାଲ ଫଳନର ଅବକଳନ କରିବା ଦ୍ୱାରା ମାର୍ଜିନାଲ ଫଳନ ମିଳିଥାଏ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଯେତେବେଳେ ମାର୍ଜିନାଲ ଫଳନ ଦତ୍ତ ଏବଂ ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ମୂଲ୍ୟ ଗୁଡ଼ିକ ଦିଆଯାଇଥିବ, ସମାକଳନ ସାହାଯ୍ୟରେ ଟୋଟାଲ ଫଳନ ମିଳିବ ।

#### 41.3.1 କଷ୍ଟ ଫଳନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ

ଯଦି  $C$  ଟୋଟାଲ କଷ୍ଟ ଫଳନ ହୁଏ ଏବଂ  $MC = \frac{dC}{dx}$  ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ ଫଳନ ହୁଏ, ତେବେ ଆମେ ଲେଖିପାରିବା,  $C = C(x) = \int (MC) dx + k$ , ଯେଉଁଠି 'k' ହେଉଛି ସମାକଳନର ଧ୍ରୁବକ ଏବଂ k ଏକ ଧ୍ରୁବକ ହେତୁ ତାହା ହେଉଛି ଫିକ୍ସ୍ କଷ୍ଟ ।

**ଉଦାହରଣ 41.16** ଏକ ଉତ୍ପାଦର  $x$  ଏକକ ନିର୍ମାଣ କରିବା ପାଇଁ ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ ଫଳନ ଦତ୍ତ  $5 + 16x - 3x^2$  । 5 ଏକକ ନିର୍ମାଣ ପାଇଁ ଟୋଟାଲ କଷ୍ଟ 500 ଟଙ୍କା । ଟୋଟାଲ କଷ୍ଟ ଫଳନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଦତ୍ତ,  $MC = 5 + 16x - 3x^2$

$$\therefore C(x) = \int (5 + 16x - 3x^2) dx$$

$$= 5x + 16 \times \frac{x^2}{2} - 3 \times \frac{x^3}{3} + k$$

$$\therefore C(x) = 5x + 8x^2 - x^3 + k$$

$$\text{ଯେତେବେଳେ } x = 5, C(x) = C(5) = 500$$

$$\Rightarrow 500 = 5(5) + 8(5)^2 - (5)^3 + k$$

$$\Rightarrow 500 = 25 + 200 - 125 + k$$

$$\Rightarrow k = 400$$

$$\therefore C(x) = 5x + 8x^2 - x^3 + 400$$

**ବିକଳ୍ପ-II**

ବାଣିଜ୍ୟ, ଅର୍ଥଶାସ୍ତ୍ରତଥା  
ବ୍ୟବସାୟ ପାଇଁ ଗଣିତ



ଚିତ୍ରଣୀ

**ଉଦାହରଣ 41.17**

ଏକ ଉତ୍ପାଦର  $x$  ଏକକ ଉତ୍ପାଦନ ପାଇଁ ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ ଫଳନ  $MC = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2500}}$  ।  
ଯଦି ଫିକ୍ସଡ୍ କଷ୍ଟ 1000 ଟଙ୍କା ହୁଏ, ତେବେ ଟୋଟାଲ କଷ୍ଟ ଫଳନ ଏବଂ ଆଭରେଜ୍ କଷ୍ଟ ଫଳନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ :  $MC = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2500}}$

$$\therefore C(x) = \int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2500}} dx + k$$

ମନେକର  $x^2 + 2500 = t^2$

$$\Rightarrow x dx = t dt$$

$$\therefore C(x) = \int \frac{t dt}{t} + k$$

$$C(-x) = \int dt + k = t + k = \sqrt{x^2 + 2500} + k$$

$$\therefore C(x) = \sqrt{x^2 + 2500} + k$$

ଯେଉଁଠି,  $x = 0, C(0) = 1000$

$$\therefore 1000 = \sqrt{2500} + k = 50 + k$$

$$\Rightarrow k = 950$$

$$\therefore C(x) = \sqrt{x^2 + 2500} + 950$$

$$AC = \sqrt{1 + \frac{2500}{x^2}} + \frac{950}{x}$$

**ଉଦାହରଣ 41.18**

ଏକ ଉତ୍ପାଦର ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ ହେଉଛି ସେହି ଉତ୍ପାଦର ସଂଖ୍ୟା  $x$  ସହ ଏକ ପ୍ରୁବକର ଗୁଣଫଳ ।  
ଯଦି ଫିକ୍ସଡ୍ କଷ୍ଟ 5000 ଟଙ୍କା ଏବଂ 50 ଏକକ ଉତ୍ପାଦନ ପାଇଁ (କଷ୍ଟ) ଦାମ୍ 5625 ଟଙ୍କା ହୁଏ, ତେବେ ଟୋଟାଲ କଷ୍ଟ ଫଳନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ,  $MC \propto x$  ଅର୍ଥାତ୍  $MC = k_1 x$  ( $k_1 =$  ପ୍ରୁବକ)

$$\Rightarrow \frac{dC}{dx} = k_1 x$$

$$\Rightarrow C = \int k_1 x dx + k_2$$

$$\therefore C = k_1 \frac{x^2}{2} + k_2$$

ଯେହେତୁ ଫିକ୍ସଡ୍ କଷ୍ଟ 5000 ଟଙ୍କା,

ତେଣୁ  $x = 0$

$$\Rightarrow C = 5000$$

$$\Rightarrow k_2 = 5000$$

50 ଏକକ ଉତ୍ପାଦନ ପାଇଁ କଷ୍ଟ 5625 ଟଙ୍କା



$$\therefore 5625 = k_1 \times \frac{2500}{2} + 5000$$

$$\Rightarrow 625 = 1250k_1$$

$$\Rightarrow k_1 = \frac{1}{2}$$

ଏଣୁ,  $C = \frac{x^2}{4} + 5000$  ହେଉଛି ଆବଶ୍ୟକ କଷ୍ଟ ଫଳନ ।

### 41.3.2 ଟୋଟାଲ ରେଭିନ୍ୟୁ ଫଳନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ

ଯଦି  $R(x)$  ହେଉଛି ଟୋଟାଲ ରେଭିନ୍ୟୁ ଫଳନ ଏବଂ  $MR$  ହେଉଛି ମାର୍ଜିନାଲ ରେଭିନ୍ୟୁ ଫଳନ ।

$$\text{ତେବେ } MR = \frac{d}{dx}[R(x)]$$

$$\therefore R(x) = \int (MR) dx + k, \text{ ଯେଉଁଠାରେ ସମାକଳନର ଧ୍ରୁବକ } k \text{ ।}$$

ଆହୁରି ମଧ୍ୟ, ଯେତେବେଳେ  $R(x)$  ଜଣାଥିବ, ତିମାଣ୍ଡ ଫଳନ ବାହାର କରିପାରିବା ଏବଂ ଏହା ହେବ

$$p = \frac{R(x)}{x} \text{ ।}$$

**ଉଦାହରଣ 41.19** ଏକ ସାମଗ୍ରୀର ମାର୍ଜିନାଲ ରେଭିନ୍ୟୁ ଫଳନ  $MR = 12 - 3x^2 + 4x$  ଦିଆଯାଇଛି, ଟୋଟାଲ ରେଭିନ୍ୟୁ ଫଳନ ଏବଂ ଅନୁରୂପ ତିମାଣ୍ଡ ଫଳନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

$$\text{ସମାଧାନ : } MR = 12 - 3x^2 + 4x$$

$$\therefore R = \int (12 - 3x^2 + 4x) dx + k$$

$$R = 12x - x^3 + 2x^2 \text{ [ଏଠାରେ ସମାକଳନର ଧ୍ରୁବକ } k = 0]$$

$$\therefore \text{ରେଭିନ୍ୟୁ ଫଳନ ହେବ } R = 12x + 2x^2 - x^3 \text{ ଯେହେତୁ } x = 0, R = 0 \Rightarrow k = 0$$

$$\therefore p = \frac{R}{x} = 12 + 2x - x^2 \text{ ହେଉଛି ତିମାଣ୍ଡ ଫଳନ ।}$$

**ଉଦାହରଣ 41.20** ଏକ ଉତ୍ପାଦ ପାଇଁ ମାର୍ଜିନାଲ ରେଭିନ୍ୟୁ ଫଳନ ନିମ୍ନମତେ ଦିଆଯାଇଛି

$$MR = \frac{6}{(x-3)^2} - 4$$

ଟୋଟାଲ ରେଭିନ୍ୟୁ ଫଳନ ଏବଂ ତିମାଣ୍ଡ ଫଳନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

$$\text{ସମାଧାନ : } MR = \frac{6}{(x-3)^2} - 4$$

$$\therefore R = \int \left| \frac{6}{(x-3)^2} - 4 \right| dx = \frac{-6}{x-3} - 4x + k$$

$$x = 0, R = 0 \Rightarrow k = -2$$

## ବିକଳ୍ପ-II

ବାଣିଜ୍ୟ, ଅର୍ଥଶାସ୍ତ୍ର ଥା  
ବ୍ୟବସାୟ ପାଇଁ ଗଣିତ



ଚିତ୍ରଣୀ

## ବିକଳ୍ପ-II

ବାଣିଜ୍ୟ, ଅର୍ଥଶାସ୍ତ୍ରତଥା  
ବ୍ୟବସାୟ ପାଇଁ ଗଣିତ



ଚିତ୍ରଣୀ

$$\therefore R = -\frac{6}{x-3} - 4x - 2 \text{ ଯାହା ହେଉଛି ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ରେଖିତ୍ୱ ଫଳନ ।}$$

$$\text{ବର୍ତ୍ତମାନ, } p = \frac{R}{x} = -\frac{6}{x(x-3)} - 4 - \frac{2}{x}$$

$$= -\frac{6}{x(x-3)} - \frac{2}{x} - 4$$

$$= \frac{-6-2x+6}{x(x-3)} - 4$$

$$= \frac{-2}{x-3} - 4$$

$$= \frac{2}{3-x} - 4$$

$$\therefore \text{ ଡିମାଣ୍ଡ ଫଳନ ହେଉଛି, } p = \frac{2}{3-x} - 4 \text{ ।}$$



### ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 41.4

1. ଏକ ଉତ୍ପାଦନର ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ  $MC = 20 - 0.04x + 0.003x^2$ , ଯେଉଁଠାରେ  $x$  ହେଉଛି ଉତ୍ପାଦନର ଏକକ ସଂଖ୍ୟା । ଫିକ୍ସ୍ କଷ୍ଟ ହେଉଛି 7000 ଟଙ୍କା । ଟୋଟାଲ କଷ୍ଟ ଏବଂ ଆଭରେଜ କଷ୍ଟ ଫଳନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
2. ଏକ ଉତ୍ପାଦର  $x$  ଏକକ ଉତ୍ପାଦନ ପାଇଁ ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ  $MC = 3x^2 - 10x + 3$  । ଉତ୍ପାଦର ଏକ ଏକକ ଉତ୍ପାଦନ ପାଇଁ ଟୋଟାଲ କଷ୍ଟ ଏବଂ ଆଭରେଜ କଷ୍ଟ ଫଳନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
3. ଏକ ସାମଗ୍ରୀର ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ ଫଳନ  $MC = \frac{14000}{\sqrt{7x+4}}$  ଦିଆଯାଇ ଏବଂ ଫିକ୍ସ୍ କଷ୍ଟ ହେଉଛି 18000 ଟଙ୍କା । ଉତ୍ପାଦର 3 ଏକକ ଉତ୍ପାଦନ ପାଇଁ ଟୋଟାଲ କଷ୍ଟ ଏବଂ ଆଭରେଜ କଷ୍ଟ ଫଳନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
4. ଯଦି ମାର୍ଜିନାଲ ରେଭିନ୍ୟୁ ଫଳନ  $MR = \frac{4}{(2x+3)^2} - 1$  ହୁଏ, ତେବେ ଟୋଟାଲ ରେଭିନ୍ୟୁ ଫଳନ ଏବଂ ଡିମାଣ୍ଡ ଫଳନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
5. ଯଦି  $MR = 20 - 5x + 3x^2$  ହୁଏ, ତେବେ ଟୋଟାଲ ରେଭିନ୍ୟୁ ଫଳନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
6. ଯଦି  $MR = 14 - 6x + 9x^2$  ହୁଏ, ତେବେ ଡିମାଣ୍ଡ ଫଳନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



### ଆମେଯାହା ଶିଖିଲେ

- ଏକ ଉତ୍ପାଦର  $x$  ଏକକ ଉତ୍ପାଦନ ଏବଂ ବିକ୍ରି କରିବାର କଷ୍ଟ ଫଳନ  $x$  ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ ।
- $C(x) =$  ଫିକ୍ସଡ୍ କଷ୍ଟ + ଭାରିଏବଲ୍ କଷ୍ଟ
- ଡିମାଣ୍ଡ ଫଳନକୁ ଲେଖାଯାଏ  $p = f(x)$  କିମ୍ବା  $x = f(p)$  ଯେଉଁଠାରେ ଏକକ ପ୍ରତି ମୂଲ୍ୟ 'p' ଏବଂ ଉତ୍ପାଦନର ଏକକ ସଂଖ୍ୟା  $x$  ।
- ଏକ ଉତ୍ପାଦର  $x$  ଏକକ ବିକ୍ରିକରି ପାଉଥିବା ଅର୍ଥ ହେଉଛି ରେଭିନ୍ୟୁ ଫଳନ ।  $\therefore R(x) = p.x$
- ପ୍ରଫିଟ୍ ଫଳନ  $= R(x) - C(x)$  ଅର୍ଥାତ୍  $P(x) = R(x) - C(x)$  ।
- ସମବିଚ୍ଛେଦନ ବିନ୍ଦୁ (Break even point) ହେଉଛି  $x$  ର ସେହି ମୂଲ୍ୟ ଯେଉଁଥିପାଇଁ  $P(x) = 0$  ।
- ଆଭରେଜ କଷ୍ଟ  $AC = \frac{C}{x}$
- ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ  $MC = \frac{d}{dx}[C(x)]$
- ଆଭରେଜ ରେଭିନ୍ୟୁ  $AR = \frac{R}{x} = p$
- ମାର୍ଜିନାଲ ରେଭିନ୍ୟୁ  $MR = \frac{d}{dx}(R)$
- $AC$  ର ସର୍ବନିମ୍ନ ମୂଲ୍ୟ ପାଇବା ପାଇଁ  $\frac{d}{dx}(AR) = 0$  କୁ ସମାଧାନ କରି  $x$  ର ସେହି ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର ଯେଉଁଥିପାଇଁ  $\frac{d^2}{dx^2}(AR) > 0$  ହେବ ।
- $R(x)$  କିମ୍ବା  $P(x)$  ର ସର୍ବୋଚ୍ଚ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ,  $\frac{d}{dx}(R(x)) = 0$  କିମ୍ବା  $\frac{d}{dx}(P(x)) = 0$  କୁ ସମାଧାନ କରି  $x$  ର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର ଯାହା ପାଇଁ ଦ୍ୱିତୀୟ ଅର୍ଡର ଅବକଳକ ରଣାତ୍ମକ ହେବ ।
- $C(x) = \int (MC) dx + k_1$
- $R(x) = \int (MR) dx + k_2$



### ସହାୟକ ଷ୍ଟେଟ୍ ସାଇଟ୍

- <http://www.wikipedia.org>
- <http://mathworld.wolfram.com>

### ବିକଳ୍ପ-II

ବାଣିଜ୍ୟ, ଅର୍ଥଶାସ୍ତ୍ର ଥା  
ବ୍ୟବସାୟ ପାଇଁ ଗଣିତ



ଚିତ୍ରଣୀ

**ବିକଳ-II**

ବାଣିଜ୍ୟ, ଅର୍ଥଶାସ୍ତ୍ର ଓ  
ବ୍ୟବସାୟ ପାଇଁ ଗଣିତ



ଚିତ୍ରଣୀ



**ପାଠ ଶେଷ ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ**

1. ଏକ ଲାଭକାରୀ କମ୍ପାନୀ ଏକ ନୂଆ ଉତ୍ପାଦ ଉତ୍ପାଦନ କରିବାକୁ ଚାହଁଲା । ଦେଖାଗଲା ଯେ, ଏହି ନୂଆ ଉତ୍ପାଦର ଫିକ୍ସଡ୍ କଷ୍ଟ 7500 ଟଙ୍କା ଏବଂ ଭାରିଏବଲ୍ କଷ୍ଟ 500 ଟଙ୍କା ।  $x$  ଏକକ ବିକ୍ରିକରି ପାଉଥିବା ରାଜସ୍ୱ ହେଉଛି  $2500x - 100x^2$  । ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର : (i) ପ୍ରଫିଟ୍ ଫଳନ (ii) ସମବିଚ୍ଛେଦନ ବିନ୍ଦୁ (Break even point) ।
2. ଏକ କମ୍ପାନୀ ଘରଭଡା ଏବଂ ରଣ ପାଇଁ ସୁଧ ବାବଦକୁ 16100 ଟଙ୍କା ପୈଠ କଲେ । ଏକ ଏକକ ଉତ୍ପାଦର ଉତ୍ପାଦନ କରିବାର କଷ୍ଟ ହେଉଛି 20 ଟଙ୍କା । ଯଦି ପ୍ରତି ଏକକ 27 ଟଙ୍କାରେ ବିକ୍ରି ହୁଏ, ତେବେ ସମବିଚ୍ଛେଦନ ବିନ୍ଦୁ (Break even point) ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
3. ଏକ କମ୍ପାନୀର ଫିକ୍ସଡ୍ କଷ୍ଟ 26000 ଟଙ୍କା ଏବଂ ଏକ ଏକକ ଉତ୍ପାଦନର କଷ୍ଟ 30 ଟଙ୍କା । ଯଦି ପ୍ରତି ଏକକ 43 ଟଙ୍କାରେ ବିକ୍ରି ହୁଏ, ତେବେ ସମ ବିଚ୍ଛେଦନ ବିନ୍ଦୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
4. ଏକ କମ୍ପାନୀ ତାଙ୍କ ଉତ୍ପାଦ ଗୁଡ଼ିକୁ ଏକକ ପ୍ରତି 10 ଟଙ୍କାରେ ବିକ୍ରି କରନ୍ତି । କମ୍ପାନୀ ପାଇଁ ଫିକ୍ସଡ୍ କଷ୍ଟ 35000 ଟଙ୍କା ଏବଂ ସମୁଦାୟ ରାଜସ୍ୱର 30% ଭାରିଏବଲ୍ କଷ୍ଟ ହେବ ବୋଲି ଅଟେକଲ କରାଗଲା ।  
(i) ଟୋଟାଲ ରେଭିନ୍ୟୁ ଫଳନ (ii) ଟୋଟାଲ କଷ୍ଟ ଫଳନ  
(iii) ଫିକ୍ସଡ୍ କଷ୍ଟ କଭର କରିବା ପାଇଁ କମ୍ପାନୀ କେତେ ଏକକ ବିକ୍ରି କରିବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
5. ଏକ ନୂଆ ଉତ୍ପାଦର ଫିକ୍ସଡ୍ କଷ୍ଟ 30000 ଟଙ୍କା ଏବଂ ଏକକ ପ୍ରତି ଭାରିଏବଲ୍ କଷ୍ଟ 800 ଟଙ୍କା । ଯଦି ଡିମାଣ୍ଡ ଫଳନ  $P(x) = 4500 - 100x$  ହୁଏ, ତେବେ ସମବିଚ୍ଛେଦନ ବିନ୍ଦୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
6. ଯଦି ଏକ ଉତ୍ପାଦର ଟୋଟାଲ କଷ୍ଟ ଫଳନ  $C = 3x \left( \frac{x+7}{x+5} \right)$  ଦ୍ୱାରା ଥାଏ, ତେବେ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, ଉତ୍ପାଦ ସଂଖ୍ୟା ବଢ଼ିଲେ, ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ ନିରବଚ୍ଛିନ୍ନ ଭାବରେ କମିବ ।
7. ଏକ ଉତ୍ପାଦ ପାଇଁ ଆଭରେଜ କଷ୍ଟ ଫଳନ  $AC = x + 5 + \frac{36}{x}$  ଦିଆଯାଇଛି, ଯେଉଁଠାରେ  $x$  ହେଉଛି ଉତ୍ପାଦର ଏକକ ସଂଖ୍ୟା ।  $x$  ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯେପରିକି  $x$  ବଢ଼ିବା ସହିତ  $AC$  ବଢିବ ଏବଂ  $x$  ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯେଉଁଥିପାଇଁ  $x$  ବଢିବା ସହିତ  $AC$  କମିବ । ଆହୁରି ମଧ୍ୟ ଟୋଟାଲ କଷ୍ଟ  $C$  ଏବଂ ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ  $MC$  ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
8. ଏକ ଫାର୍ମ ଜାଣିଛି ଯେ, ତାର ଏକ ଉତ୍ପାଦ ପାଇଁ ଡିମାଣ୍ଡ ଫଳନ ଏକସ୍ଥାୟୀ (Linear) । ସେ ଆହୁରି ମଧ୍ୟ ଜାଣିଛି, ଯେତେବେଳେ ଏକକ ପ୍ରତି ମୂଲ୍ୟ 4 ଟଙ୍କା, ସେ 1000 ଏକକ ବିକ୍ରି କରିପାରିବ ଏବଂ ଏକକ ପ୍ରତି ମୂଲ୍ୟ 2 ଟଙ୍କା ହେଲେ, 1500 ଏକକ ବିକ୍ରି କରିପାରିବ । ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :  
(i) ଡିମାଣ୍ଡ ଫଳନ (ii) ଟୋଟାଲ ରେଭିନ୍ୟୁ ଫଳନ  
(iii) ଆଭରେଜ୍ ରେଭିନ୍ୟୁ ଫଳନ  
(iv) ମାର୍ଜିନାଲ ରେଭିନ୍ୟୁ ଫଳନ
9. ଏକ ଉତ୍ପାଦର ଆଭରେଜ କଷ୍ଟ ଫଳନ  $AC = x + 5 + \frac{36}{x}$  ଦିଆଯାଇଛି,  $x \neq 0$  । ଟୋଟାଲ କଷ୍ଟ ଫଳନ ଏବଂ ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ ଫଳନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଆହୁରି ମଧ୍ୟ  $MC$  ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯେତେବେଳେ  $x = 10$  ।

**ବିକଳ୍ପ-II**

ବାଣିଜ୍ୟ, ଅର୍ଥଶାସ୍ତ୍ର ଥା  
ବ୍ୟବସାୟ ପାଇଁ ଗଣିତ



ଚିତ୍ରଣୀ

10. ଏକ ଉତ୍ପାଦ ପାଇଁ ଡିମାଣ୍ଡ ଫଳନ  $p = 30 + 2x - 5x^2$  ଦିଆଯାଇଛି, ଯେଉଁଠାରେ ଡିମାଣ୍ଡ ହେଉଥିବା ଉତ୍ପାଦର ଏକକ ସଂଖ୍ୟା  $x$  ଏବଂ ଏକକ ପ୍ରତି ମୂଲ୍ୟ 'p' । ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର : (i) ଟୋଟାଲ ରେଭିନ୍ୟୁ (ii) ମାର୍ଜିନାଲ ରେଭିନ୍ୟୁ (iii) MR ଯେତେବେଳେ  $x = 3$  ।
11. ଡିମାଣ୍ଡ ଫଳନ  $p = \frac{-5}{3+x}$  ପାଇଁ ଦର୍ଶାଅ ଯେ ମାର୍ଜିନାଲ ରେଭିନ୍ୟୁ ଫଳନ ଏକ ବର୍ଦ୍ଧିତ ଫଳନ (increasing function) ।
12. ଏକ ଉତ୍ପାଦର ଡିମାଣ୍ଡ ଫଳନ ଲାଗି ଦିଆଯାଇଛି  $3x = 24 - 2p$ , ଯେଉଁଠାରେ ଡିମାଣ୍ଡ ହେଉଥିବା ଉତ୍ପାଦର ଏକକ ସଂଖ୍ୟା  $x$  ଏବଂ ଏକକ ପ୍ରତି ମୂଲ୍ୟ 'p' । ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :  
(i) p ମାଧ୍ୟମରେ ରେଭିନ୍ୟୁ ଫଳନ R  
(ii) ମୂଲ୍ୟ ଏବଂ ଡିମାଣ୍ଡ ହେଉଥିବା ଏକକ ସଂଖ୍ୟା ଯେଉଁଥିପାଇଁ ରାଜସ୍ୱ ସର୍ବୋଚ୍ଚ ହେବ ।
13. ଏକ ଫାର୍ମର କଷ୍ଟ ଫଳନ ନିମ୍ନମତେ ଦିଆଯାଇଛି  
$$C = 100x - 10x^2 + \frac{1}{3}x^3$$
  
ହିସାବ କର : (i) x ର ମାନ ଯାହାପାଇଁ ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ ସର୍ବନିମ୍ନ ହେବ ।  
(ii) x ର ମାନ ଯାହା ପାଇଁ ଆଭରେଜ କଷ୍ଟ ସର୍ବନିମ୍ନ ହେବ ।  
(iii) x ର ମାନ ଯାହା ପାଇଁ ଆଭରେଜ କଷ୍ଟ ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ ସହିତ ସମାନ ହେବ ।
14. ଏକ ମନୋପୋଲିଷ୍ଟ (ଏକଚାଟିଆ ବ୍ୟବସାୟୀ)ର ପ୍ରତିକ୍ ଫଳନ  $p(x) = \frac{8000x}{500+x} - x$  । x ର ମାନ ନିରୂପଣ କର ଯେଉଁଥିପାଇଁ p(x) ର ମାନ ସର୍ବୋଚ୍ଚ ହେବ । ସର୍ବୋଚ୍ଚ ପ୍ରତିକ୍ ମଧ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
15. ଏକ ଉତ୍ପାଦର x ଏକକ ଉତ୍ପାଦନ ପାଇଁ ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ  $MC = x\sqrt{x+1}$  ଦିଆଯାଇଛି । 3 ଏକକ ଉତ୍ପାଦନ କରିବାର କଷ୍ଟ ହେଉଛି 7800 ଟଙ୍କା । କଷ୍ଟ ଫଳନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
16. ଏକ ଫାର୍ମର ମାର୍ଜିନାଲ ରେଭିନ୍ୟୁ ଫଳନ  $MR = \frac{2}{x+3} - \frac{2x}{(x+3)^2} + 5$  ଦିଆଯାଇଛି । ଦର୍ଶାଅ ଯେ, ଡିମାଣ୍ଡ ଫଳନ  $p = \frac{2}{x+3} + 5$  ।
17. ଏକ ଉତ୍ପାଦର x ଏକକ ଉତ୍ପାଦନ ପାଇଁ କଷ୍ଟ ଫଳନ  $C(x) = \sqrt{ax+b}$  ଦିଆଯାଇଛି, ଯେଉଁଠାରେ a ଏବଂ b ଧନାତ୍ମକ । ଅବକଳକର ବ୍ୟବହାର କରି ଦର୍ଶାଅ ଯେ x ବଢ଼ିଲେ, ଆଭରେଜ ଏବଂ ମାର୍ଜିନାଲ କଷ୍ଟ ଫଳନର ଲେଖାଚିତ୍ର ନିରବଚ୍ଛିନ୍ନ ଭାବରେ କମିବ ।
18. ଏକ ନିର୍ମାଣକାରୀର ମାର୍ଜିନାଲ ରେଭିନ୍ୟୁ ଫଳନ  $MR = 275 - x - 0.3x^2$  ଦିଆଯାଇଛି । ଯଦି ଉତ୍ପାଦନ 10 ରୁ 20 ଏକକକୁ ବୃଦ୍ଧି ହୁଏ, ତେବେ ନିର୍ମାଣକାରୀର ଟୋଟାଲ ରେଭିନ୍ୟୁ କେତେ ବଢ଼ିବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

**ବିଜ୍ଞ-II**

ବାଣିଜ୍ୟ, ଅର୍ଥଶାସ୍ତ୍ର ତଥା  
ବ୍ୟବସାୟ ପାଇଁ ଗଣିତ



ଚିତ୍ରଣୀ



**ଉତ୍ତର ମାଳା**

**ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 41.1**

1.  $x = 15, x = 8$
2.  $x = 1250$
3.  $x = 25, 35$
4.  $R(x) = 60x, C(x) = 18000 + 15x, x = 400$
5.  $P(x) = 4500x - 100x^2 - 35000, x = 10, x = 35, x < 10, x > 35.$

**ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 41.2**

1. (i)  $AC = \frac{1000}{x} + 25 + 2x$       (ii)  $MC = 25 + 4x$       (iii) 85      (iv) 83
2. (i)  $AC = 2x + 3 + \frac{4}{x}$       (ii)  $MC = 4x + 3$       (iii) 23
3. (i)  $AC = 0.002x^2 - 0.04x + 5 + \frac{1500}{x}$   
 (ii)  $MAC = 0.004x - 0.04 - \frac{1500}{x^2}$   
 (iii)  $MC = 0.006x^2 - 0.08x + 5$   
 (iv)  $\frac{d}{dx}(MC) = 0.012x - 0.08$
4. (i)  $MC = 0.018x^2 - 0.04x - 30$       (ii)  $[MC]_{50} = 13$       5.  $x = 6$
6. (i)  $R = 25x - \frac{x^2}{4}$       (ii)  $AR = 25 - \frac{x}{4}$   
 (iii)  $MR = 25 - \frac{x}{2}$       (iv)  $x = 50, p = 12.5$
7. (i)  $x = 2000 - 250p$       (ii)  $R = 8x - \frac{x^2}{250}$   
 (iii)  $AR = 8 - \frac{x}{250}$       (iv)  $MR = 8 - \frac{x}{125}$

**ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 41.3**

1. 300      2. (i)  $x = 10$       (ii)  $x = 15$       (iii)  $x = 15$
3. (i)  $x = 100, 7$  ଟଙ୍କା,      4.  $x = 110$

5. 40,400                      6. 85  
7. 60, 25                        8. 4000

**ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 41.4**

- $20x - 0.02x^2 + 0.001x^3 + 7000$  ;  $20 - 0.02x + 0.001x^2 + \frac{7000}{x}$
- $C = x^3 - 5x^2 + 3x + 7$ ,  $AC = x^2 - 5x + 3 + \frac{7}{x}$
- $C = 4000\sqrt{7x+4} + 10000$ ,  $AC = \frac{4000}{x}\sqrt{7x+4} + \frac{10000}{x}$
- $R = \frac{4x}{6x+9} - x$ ,  $p = \frac{4}{6x+9} - 1$
- $R = 20x - \frac{5x^2}{2} + x^3$
- $p = 14 - 3x + 3x^2$

**ପାଠଶେଷ ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ**

- $P(x) = 2000x - 100x^2 - 7500$  ;  $x = 5, 15$
- 2300                      3. 2000
- $R(x) = 10x$ ,  $C(x) = 3x + 35000$ ,  $x = 350$
- $x = 12, 25$
- $x > 6, 0 < x < 6, C = x^2 + 5x + 36, MC = 2x + 5$
- $p = 8 - \frac{x}{250}$ ,  $R = 8x - \frac{x^2}{250}$ ,  $AR = 8 - \frac{x}{250}$ ,  $MR = 8 - \frac{x}{125}$
- $x^2 + 5x + 36, 2x + 5, 25$
- $R = 30x + 2x^2 - 5x^3, MR = 30 + 4x - 15x^2, 177$
- $R = \frac{1}{3}(24p - 2p^2)$ ,  $P = 6, x = 4$
- (i)  $x = 10$  (ii)  $x = 15$  (iii)  $x = 0, x = 15$                       14. 1500, 4500
- $\frac{2}{5}(x+1)^{5/2} - \frac{2}{3}(x+1)^{3/2} + \frac{116888}{15}$                       18. 1900 ଟଙ୍କା

**ବିକଳ୍ପ-II**

ବାଣିଜ୍ୟ, ଅର୍ଥଶାସ୍ତ୍ର ଥା  
ବ୍ୟବସାୟ ପାଇଁ ଗଣିତ



ଚିତ୍ରଣୀ